Գոհար Վազգենի
ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

«ԷԿՈՆՈՄԵՏՐԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ»

ՀՀ կրթության և գիտության նախարարություն
Հայկական գյուղատնտեսական ակադեմիա

Վիճակագրության և բիոմետրիայի ամբիոն

Գոհար Վազգենի
ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

«ԷԿՈՆՈՄԵՏՐԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ»

Դասընթացի ուսումնական ձեռնարկ

Երևան
2003

Բովանդակություն

ՀՏԴ 33
ԳՄԴ 65
Վ 301

Դասագիրքը հրատարակվել է
ՀԱՅԿԱԿԱՆ ԳՅՈՒՂԱՏՆՏԵՍԱԿԱՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ
գիտական խորհրդի որոշմամբ

Գրախոսներ՝
Մաթ. գիտ. թեկնածու, դոցենտ Գ.Ս. Գրիգորյան
Մաթ. գիտ. թեկնածու, դոցենտ Կ.Վ. Գասպարյան
Տնտեսագիտության դոկտոր Ա.Հ. Բայադյան

Վարդանյան Գ.Վ.
Վ 301 Էկոնոմետրիկայի հիմունքները
(Ուսումնական ձեռնարկ):-Եր., Սարվարդ Հրատ, 2003թ.-164 էջ

Աշխատանքում ներկայացված են էկոնոմետրիկայի հիմնական բաժինները, տնտեսա-մաթեմատիկական վերլուծության ցուցանիշները, դրանց հաշվարկման մեթոդները եւ եղանակները: Տրվում են նաեւ տեքստային խնդիրներ՝ լուծումներով:

Ձեռնարկը նախատեսված է տնտեսագիտական մասնագիտությամբ ուսանողների, ասպիրանտների համար: Այն կարող է օգտակար լինել գիտական եւ գործնական աշխատանքով զբաղվողների համար:

Վ 0601000000 / 0173(01)-2003 2003

ԳՄԴ 65

ISBN 99930-964-6-6

Նվիրում եմ սիրելի մայրիկիս՝
Արմենուհի Ղանդիլյանին

ՆԱԽԱԲԱՆ

«Էկոնոմիկա» առարկան կարևոր տեղ է զբաղեցնում ամբողջ երկրագնդի տնտեսագիտական բուհերի ժամանակակից ծրագրերի մեջ, այնպիսի առարկաների հետ միասին, ինչպիսիք են մակրո-միկրո տնտեսագիտությունը, վիճակագրությունը, ֆինանսական վերլուծությունը: Էկոնոմետրիկայի մեթոդներին պետք է տիրապետեն և գիտնականները, և դասախոսները, և՛ գործնական աշխատանքներով զբաղվողները: Առանց դրանց հնարավոր չէ կատարել որևէ հուսալի կանխատեսում, հետևաբար, և հարցականի տակ կարող է դրվել ցանկացած ոլորտում (լինի դա գործարարություն, ֆինանսներ, թե բանկային գործ) հաջողության գրավականը:

Տվյալ ուսումնական ձեռնարկը ընդգրկում է «Էկոնոմետրիկայի հիմունքները» առարկայի հիմնական թեմաները: Այն բաղկացած է 2 բաժնից: Առաջին բաժնում ներկայացված են առարկայի տեսական հիմունքները, իսկ երկրորդ բաժնում կատարված են տիպային խնդիրների լուծումներ (գործնական պարապմունքների համար):

Քանի որ ուսումնական ձեռնարկը նախատեսված է տնտեսագիտական ֆակուլտետների ուսանողների համար, շատ բանաձևեր ավելի պարզեցված և մատչելի են դարձված:

Տվյալ ձեռնարկը ունի խիստ փորձնական բնույթ, այն առաջին անգամն է կազմվել հեղինակի կողմից, հետևաբար հետագայում ունի զարգացման դինամիկ բնույթ, այսինքն, ավելի կատարելագործվելու:

Հեղինակը շնորհակալ կլինի մասնագետների կողմից կատարված շտկումների, դիտողությունների, առաջարկությունների և լրացումների համար:

ԹԵՄԱ 1.

ԷԿՈՆՈՄԵՏՐԻԿԱՅԻ [ԷԿՈՆՈՄԵՏՐԻԱՅԻ] ԱՌԱՐԿԱՆ

Էկոնոմետրիկան կիրառական տնտեսագիտական դասընթաց է, որը ուսումնասիրում է տնտեսական օբյեկտների և պրոցեսների (գործընթացների) կոնկրետ քանակական փոխկապակցությունները մաթեմատիկա-վիճակագրական մեթոդների օգնությամբ:

Էկոնոմետրիկական մոդելներին պատկանում են ոչ միայն տնտեսամաթեմատիկական մոդելները, որոնք հնարավորություն են տալիս կատարելու վիճակագրական գործառնություններ: Քանի որ էկոնոմետրիկական մոդելի յուրաքանչյուր փոփոխականից հետո նշվում է որոշակի վիճակագրական ինդիկատոր, որը այս կամ այն ճշգրտությամբ չափում է (որոշում է) տնտեսական մեխանիզմի որևէ մի կողմը, հաշվարկները այդ մոդելի հիման վրա, որպես կանոն, ունեն բավականին բարձր գործնական նշանակություն: Դրանք կարող են կիրառվել պետության տնտեսական քաղաքականությունը, ֆիրմայի շուկայական ռազմավարությունը մշակելու կամ էլ այլ խնդիրներ լուծելու ժամանակ: Էկոնոմետրիկական հոսանքի առաջատար ներկայացուցիչներն են նոբելյան մրցանակակիրներ Ռ. Ֆրիշը*, Յա. Տինբերգենը, Վ. Լեոնտևը: Լեոնտևի "ծախսեր-թողարկում" մոդելները, Ֆրիշի և Տինբերգենի և նրանց հաջորդների ուսումնասիրությունների արդյունքները, Կոբբ-Դուգլասի արտադրական ֆունկցիան և մնացած խոշորագույն էկոնոմետրիկական մշակումները կազմեցին երկարաժամկետ և միջինաժամկետ կանխատեսումների ծավալուն մակրոմոդելների հիմքը:

Ըստ Լյուդվիգ Ֆոն Միզեսի «էկոնոմետրիկան» որպես տնտեսական վերլուծության մեթոդ իրենից ներկայացնում է խաղ թվերի հետ, որը որևէ բան չի ավելացնում տնտեսական իրականության պրոբլեմները պարզաբանելու ժամանակ:

Էկոնոմետրիկայի հիմնական նպատակն է այն հետազոտությունների խթանումը, որոնք նպատակաուղղված են տնտեսագիտական պրոբլեմների նկատմամբ տեսական - քաղաքական և փորձնական (էմպիրիկ) - քանակական մոտեցումների միաձուլմանը:

Էկոնոմետրիկան ընդլայնել է շուկայական տնտեսության ապոլոգետիկայի հնարքների զինանոցը: Օպտիմալացման, հավասարակշռու-

---

* Տերմինը (էկոնոմետրիկա) առաջին անգամ կիրառել է նորվեգացի գիտնական Ռ. Ֆրիշը:

թյան մաթեմատիկական մոդելների, խաղերի տեսության հիման վրա արդիականացվում են հին և ստեղծվում են նոր տնտեսագիտական տեսություններ:

«Էկոնոմետրիկա» առարկան ծագել է (առաջացել է) 30-ական թվականների սկզբին տնտեսական պրակտիկայի և մաթեմատիկական վիճակագրության միաձուլման արդյունքում:

Էկոնոմետրիկան գիտություն է, որը ուսումնասիրում է վիճակագրական օրինաչափությունները տնտեսության մեջ:

Վիճակագրական տվյալներ ասելով հասկանում ենք իրական տնտեսական գործունեության վերաբերյալ խմբավորված և համակարգված միասեռ քանակական տեղեկություններ նախորդ ժամանակընթացքների մասին կամ էլ բազմաթիվ անգամ անցկացված դիտարկումների և էքսպերիմենտների արդյունքները: Այդպիսի տվյալները կարևոր դեր են խաղում տնտեսա-մաթեմատիկական մոդելավորման մեջ, մասնավորապես.

- ♦ տնտեսական մեծությունների միջև եղած փոխկախվածությունները նկարագրող (արտացոլող) ֆունկցիաների վերլուծական տեսակների կառուցման համար,
- ♦ իրական երևույթների տնտեսա-մաթեմատիկական մոդելների պարամետրերի գնահատման և ադեկվատության ստուգման համար,
- ♦ այն օրինաչափությունների բացահայտման համար, որոնց ենթարկվում են տնտեսական երևույթները և դինամիկական պրոցեսների զարգացման միտումների (տենդեցների) բացահայտման համար:

Էկոնոմետրիկայի մեթոդոլագիական առանձնահատկությունը կայանում է տնտեսական պարամետրերի վիճակագրական հատկությունների վերաբերյալ բավականաչափ ընդհանուր հիպոթեզների կիրառման և նրանց չափակցման դեպքում սխալների բացահայտման մեջ: Ընդ որում ստացված արդյունքները կարող են չնույնացվել տվյալ իրական օբյեկտի բովանդակության հետ: Այդ իսկ պատճառով էլ էկոնոմետրիկայի կարևորագույն խնդիրն է՝ ստեղծել իրական տնտեսական ցուցանիշների վարքագծի վերաբերյալ ինչպես առավել համընդհանուր, այնպես էլ առանձնահատուկ մեթոդներ առավելագույն կայուն բնութագրիչների հայտնաբերման համար: Էկոնոմետրիկան մշակում է ֆորմալ մոդելի հաղթահարման մեթոդներ՝ մոդելավորվող օբյեկտի վարքագծի լավագույն իմիտացիայի նպատակով այն հիպոթեզի հիման վրա, որ պարամետրերի մոդելային նշանակությունների շեղումները իրենց իրական դիտարկվողներից պատահական են և դրանց հավանական բնութագրիչները հայտնի են:

Մաթեմատիկական վիճակագրությունը հանդիսանում է այն ունիվերսալ ապարատը, որը հաջողակ կերպով ներթափանցում է տարբեր էկոնոմետրիկ հետազոտությունների բովանդակության մեջ: Նրա այնպիսի բաժինները, ինչպիսիք են կոռելյացիոն և ռեգրեսիոն վերլուծության մեթոդները, փոքրագույն քառակուսիների մեթոդը և կանխատեսումը, լավագույնս համապատասխանում են տնտեսության մեջ վիճակագրական օրինաչափությունների բացահայտման համար:

Որպես մաթեմատիկական տնտեսագիտության բաղկացուցիչ մաս, էկոնոմետրիկան բնականորեն ներթափանցում է տնտեսա-մաթեմատիկական հետազոտությունների ընդհանուր ալգորիթմի մեջ: Էկոնոմետրիկ հետազոտությունները սկսվում են այն բանից հետո, երբ

որոշված է մաթեմատիկական մոդելի ընդհանուր տեսքը անհայտ պարամետրերի հետ միասին,

հավաքագրված են այն բոլոր անհրաժեշտ վիճակագրական տվյալները, որոնք կապ ունեն գնահատվող պարամետրերի հետ,

անհայտ պարամետրերի նշանակությունների փնտրման գծով դրված է խնդիրը, որը ապահովում է մոդելային նշանակությունների լավագույն մոտեցումը նրանց դիտարկվող նշանակությունների հետ:

Գրականություն

1. Goldberger A. A. Course in Econometrics, Harvard University Press, 1999.
2. Greene, W. Econometric Analysis, 3rd edition.
3. Frisch, R. "Editorial", Econometrica, 1933.
4. Ludwig-von Mises. The Ultimate Foundation of Economic Science: An Essay on Method. D. Van Nostrad. 1962.
5. Магнус и др. Эконометрика. Начальный курс. М. Дело. 1997.
6. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М., ЮНИТИ, 1998.
7. Эконометрика. Уч. пособие. (М.М. Елисеева и др.) М., Финансы и статистика, 2001.

ԹԵՄԱ 2.

ԶՈՒՅԳԱՅԻՆ ՌԵԳՐԵՍԻԱ ԵՎ ԿՈՌԵԼՅԱՑԻԱ

2.1. Պատճառականություն, ռեգրեսիա, կոռելյացիա:

2.2. Կոռելյացիոն-ռեգրեսիոն վերլուծության հիմնական խնդիրները և կիրառման նախադրյալները:

2.3. Զույգային ռեգրեսիան փոքրագույն քառակուսիների մեթոդի և խմբավորումների մեթոդի հիման վրա:

2.4. Կապի էականության գնահատումը: Որոշումների ընդունումը ռեգրեսիայի հավասարման հիման վրա:

2.1. Պատճառականություն, ռեգրեսիա, կոռելյացիա

Վիճակագրական հետազոտության արդյունքում բացահայտվում են երևույթների միջև եղած պատճառա-հետևանքային հարաբերությունները, որը հնարավորություն է տալիս վեր հանել ուսումնասիրվող երևույթների և պրոցեսների փոփոխության վրա ազդող գործոնները (հատկանիշները): Պատճառա-հետևանքային հարաբերությունները երևույթների և գործընթացների այն կապն է, երբ դրանցից մեկի փոփոխությունը (պատճառի փոփոխությունը) բերում է մյուսի (հետևանքի) փոփոխությանը:

Պատճառը իրենից ներկայացնում է այն իրավիճակների պայմանների համակցությունը, որոնց գործողությունը բերում է հետևանքի ի հայտ գալուն: Եթե երևույթների միջև իրականում գոյություն ունեն պատճառա-հետևանքային հարաբերություններ, ապա այդ պայմանները անպայմանորեն պետք է իրականացվեն պատճառների գործողության հետ մեկտեղ: Պատճառա-հետևանքային կապերը կրում են համընդհանուր և բազմաբովանդակալից բնույթ, իսկ դրանց հայտնաբերման համար հարկավոր է ընտրել առանձին երևույթներ և դրանք ուսումնասիրել մեկուսացված (առանձին):

Սոցիալ-տնտեսական երևույթների պատճառա-հետևանքային կապերի առանձնահատկություն է հանդիսանում նրանց տրանզիտիվությունը, այսինքն՝ x պատճառը և y հետևանքը կապված են $x \to x' \to x'' \to y$ հարաբերակցությամբ, և ոչ թե անմիջապես $x \to y$ հարաբերակցությամբ: Սակայն, որպես կանոն, միջանկյալ գործոնները վերլուծության ժամանակ բաց են թողնվում:

Այսպես, օրինակ, կիրառելով հաշվարկների միջազգային մեթոդոլոգիայի ցուցանիշները, համախառն շահույթի (y) գործոն է հանդիսանում հիմնական և շրջանառու ֆոնդերի հումախառն կուտակումը (x), սակայն այստեղ բաց են թողնվում այնպիսի գործոններ (ցուցանիշներ), ինչպիսիք են համախառն թողարկումը (x'), աշխատանքի վարձատրությունը (x'') և այլն:

Ճիշտ բացահայտված պատճառա-հետևանքային կապերը հնարավորություն են տալիս որոշելու (սահմանելու) առանձին գործոնների ազդեցության ուժը տնտեսական գործունեության արդյունքների վրա:

Սոցիալ-տնտեսական երևույթները իրենցից ներկայացնում են մեծ քանակությամբ պատճառների միաժամանակ ներազդեցության արդյունքը: Հետևաբար, այդ երևույթների ուսումնասիրության ժամանակ անհրաժեշտ է բացահայտել գլխավոր, հիմնական պատճառները՝ աբստրահվելով երկրորդականներից:

Կոռելյացիան իրենից ներկայացնում է պատահական մեծությունների միջև եղած վիճակագրական կախվածություն, որը չունի խիստ ֆունկցիոնալ բնույթ և որի դեպքում պատահական մեծություններից մեկի փոփոխությունը բերում է մյուս մեծության մաթեմատիկական սպասման փոփոխության: Զույգային կապերի դեպքում կոռելյացիոն վերլուծության նպատակն է հանդիսանում երկու հատկանիշների միջև եղած կապի խտության (սերտության) որոշումը, որը քանակապես արտահայտվում է կոռելյացիայի գործակցի միջոցով:

Ռեգրեսիոն վերլուծության էությունը կայանում է կապի վերլուծական արտահայտման որոշման մեջ, նրանում մեկ մեծության (կախյալ կամ արդյունքային հատկանիշ) փոփոխությունը պայմանավորված է մեկ կամ մի քանի անկախ մեծությունների (գործոնների) ազդեցությամբ, իսկ մնացած գործոնների բազմությունը, որոնք նույնպես ազդում են կախյալ մեծության վրա, ընդունում են որպես կայուն (մշտական) և միջին նշանակություններ:

Ըստ կախվածության ձևի տարբերում են.

ա) գծային ռեգրեսիա, որը արտահայտվում է ուղիղ գծի հավասարման (գծային ֆունկցիայի) ձևով.

$$\hat{Y}_x = a_0 + a_1 x\ ;$$

բ) ոչ գծային ռեգրեսիա, որը արտահայտվում է հավասարումների հետևյալ տեսակներով.

պարաբոլի տեսքով $\hat{Y}_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$

հիպերբոլի տեսքով $\hat{Y}_x = a_0 + \dfrac{a_1}{x}$ և այլն:

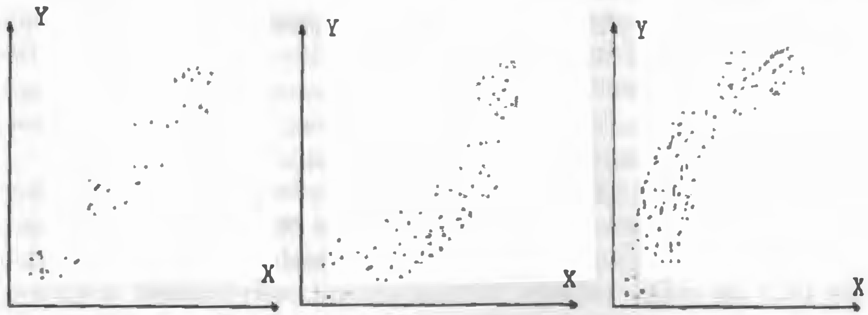
Ըստ կապի ուղղության բնույթի տարբերում են.

ա) ուղիղ ռեգրեսիա (դրական), երբ անկախ մեծության նշանակության աճման կամ նվազման հետ մեկտեղ համապատասխանաբար աճում կամ նվազում է կախյալ մեծությունը,

բ) հակադարձ (բացասական) ռեգրեսիա, որը հանդես է գալիս այն պայմանով, որ անկախ մեծության մեծացումը կամ փոքրացումը բերում է կախյալ մեծության փոքրացմանը կամ մեծացմանը:

Ուղիղ (դրական) և հակադարձ (բացասական) ռեգրեսիայի գրաֆիկական դրսևորման առանձնահատկությունները արտապատկերված են 2.1.1. և 2.1.2. գրաֆիկներում:

Գրաֆիկ 2.1.1. Ուղիղ (դրական) ռեգրեսիա



Գրաֆիկ 2.1.2. Հակադարձ (բացասական) ռեգրեսիա

2.2. Կոռելյացիոն-ռեգրեսիոն վերլուծության հիմնական խնդիրները և կիրառման նախադրյալները:

Սոցիալ-տնտեսական զարգացումը բնութագրող և ազգային հաշիվների միասնական համակարգը կազմող բոլոր երևույթները և պրոցեսները սերտորեն փոխկապակցված են և փոխպայմանավորված են միմյանց հետ: Սոցիալ-տնտեսական երևույթների կապերի վիճակագրական մոդելը (ռեգրեսիայի հավասարումը) արտահայտվում է հետևյալ ֆունկցիայի տեսքով.

$$Y_x = f(x_1, x_2, ..., x_k) ,$$

որը հանդիսանում է իրական մոդելավորվող երևույթի կամ պրոցեսի համար բավականաչափ ադեկվատ միայն դրանց կառուցման հետևյալ պահանջների պահպանման դեպքում.

1. Ուսումնասիրվող ելքային տվյալների համակցությունը պետք է լինի միասեռ և մաթեմատիկորեն նկարագրվի անընդհատ ֆունկցիաներով,
2. Մոդելավորվող երևույթի պատճառա-հետևանքային կապերի մեկ կամ մի քանի հավասարումներով նկարագրման հնարավորությունը,
3. Բոլոր գործոն հատկանիշները պետք է ունենան քանակական (թվային) արտահայտություն,
4. Ուսումնասիրվող ընտրանքային համակցության բավականաչափ մեծ ծավալի առկայությունը,
5. Երևույթների և պրոցեսների միջև եղած պատճառա-հետևանքային կապերը պետք է նկարագրել գծային կամ գծային ձևի բերվող կախվածությամբ,
6. Կապի մոդելի պարամետրերի քանակական սահմանափակումների բացակայությունը,
7. Ուսումնասիրվող համակցության տարածական և ժամանակային կառուցվածքի կայունություն (մշտականություն):

Կոռելյացիոն-ռեգրեսիոն վերլուծության հիման վրա կառուցված փոխկախվածությունների մոդելի տեսական հիմնավորվածությունը ապահովվում է հետևյալ հիմնական պայմանների պահպանման շնորհիվ.

1. Բոլոր հատկանիշները և դրանց համատեղ բնութագրիչները պետք է ենթարկվեն նորմալ բաշխման օրենքին:
2. Մոդելավորվող հատկանիշի դիսպերսիան (y) պետք է ամբողջ ժամանակ կայուն (մշտական) լինի գործոն հատկանիշների մեծության (y)

և նշանակությունների փոփոխության դեպքում:

3. Առանձին դիտարկումներ պետք է անհայտ լինեն, այսինքն՝ i -երորդ դիտարկման արդյունքները չպետք է կապված լինեն նախորդների հետ և չպետք է պարունակեն տեղեկատվություն հետագա դիտարկումների վերաբերյալ, ինչպես նաև ազդել դրանց վրա:

Այս պայմանների և պահանջների (նախադրյալների) չպահպանումը բերում է (հանգեցնում է) նրան, որ ռեգրեսիայի պարամետրերը չեն արտացոլի մոդելավորվող ցուցանիշի վրա իրական ազդեցությունը:

Ռեգրեսիայի հավասարման կառուցման հիմնական պրոբլեմներից է հանդիսանում նաև նրա չափերը (տարողունակությունը), այսինքն՝ մոդելում ներառվող գործոն հատկանիշների թվի որոշումը: Դրանց թիվը պետք է օպտիմալ լինի:

Երկրորդական, ոչ էական գործոնների կրճատման հաշվին մոդելի չափերի կրճատումը հնարավորություն է տալիս արագ ստանալու որակյալ իրացվելի մոդել: Սակայն, միաժամանակ փոքր չափերի մոդելի կառուցումը կարող է բերել նրան, որ այն ոչ բավարար լիարժեքությամբ կարող է նկարագրել ուսումնասիրվող երևույթը կամ պրոցեսը ազգային հաշիվների միասնական համակարգում:

Պրակտիկայից ելնելով՝ նպատակահարմար է օպտիմալ հարաբերակցություն սահմանել մոդելում ներառվող գործոն հատկանիշների թվի և ուսումնասիրվող համակցության ծավալի միջև: Համաձայն կրիտերիաների գործոն հատկանիշների թիվը 5-6 անգամ փոքր պետք է լինի ուսումնասիրվող համակցության ծավալից:

2. 3. Զույգային ռեգրեսիան փոքրագույն քառակուսիների մեթոդի և խմբավորումների մեթոդի հիման վրա

Զույգային ռեգրեսիան բնութագրում է երկու հատկանիշների միջև եղած կապը՝ արդյունքային և գործոն: Դրանց միջև եղած վերլուծական կապը արտահայտվում է

- ուղիղ գծի $Y_x \doteq a_0 + a_1 x$;
- հիպերբոլի $\overline{Y_x} = a_0 + \dfrac{a_1}{x}$ (2.3.1)
- պարաբոլի $Y_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ և այլ հավասարումներով:

Հավասարման տիպը կարելի է որոշել կախվածությունը ուսումնասիրելով գրաֆիկորեն: Սակայն, գոյություն ունեն նաև ավելի ընդհանուր դրույթներ, որոնք հնարավորություն են տալիս վեր հանելու կապի հավասարումը, առանց անդրադառնալու գրաֆիկական արտապատկերմանը: Եթե գործոն և արդյունքային հատկանիշները աճում են միատեսակ, մոտավորապես թվաբանական պրոգրեսիայով, ապա դա վկայում է նրանց միջև եղած գծային կապի մասին, իսկ հակադարձ կապի դեպքում՝ հիպերբոլիկ տեսք ունի: Եթե գործոն հատկանիշը մեծանում է թվաբանական պրոգրեսիայով, իսկ արդյունքայինը ավելի արագ, ապա կիրառվում է պարաբոլային կամ էլ ցուցչային ռեգրեսիան:

Ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերի գնահատումը (a_0, a_1, a_2) կատարվում է փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով, որի հիմքում ընկած է այն ենթադրությունը, որ ուսումնասիրվող համակցության դիտարկումները անկախ են:

Փոքրագույն քառակուսիների մեթոդի հիմնական սկզբունքը ուսումնասիրենք հետևյալ օրինակով: Ենթադրենք երկու մեծություններ (ցուցանիշներ) x և y-ը փոխկապակցված են, ընդ որում y-ը որոշակի կախվածության մեջ է գտնվում x-ից: Հետևաբար y-ը՝ կախյալ, իսկ x-ը՝ անկախ փոփոխականներ են:

Փոքրագույն քառակուսիների մեթոդի ժամանակ մոդելի պարամետրերը գտնելու համար արդյունքային հատկանիշի էմպիրիկ (փաստացի) նշանակությունների տեսականից եղած շեղումների քառակուսիների գումարը հասցվում է նվազագույնի, որոնք և ռացվում են ըստ ընտրված ռեգրեսիայի հավասարման.

$$S = \sum \left(y - \overline{y}_x\right)^2 \rightarrow \min$$

Ուղիղ կախվածության համար.

$$S = \sum \left(y - a_0 - a_1 x\right)^2 \rightarrow \min;$$

Ուսումնասիրելով S-ը որպես a_0 և a_1 պարամետրերի ֆունկցիա և կատարելով մաթեմատիկական ձևափոխություններ (դիֆերենցում), կստանանք.

$$\left|\begin{aligned} &\frac{dS}{da_0} = \sum 2\left(a_0 + a_1 x - y\right) = 0, \\ &\frac{dS}{da_1} = \sum 2\left(a_0 + a_1 x - y\right)x = 0 \end{aligned}\right.$$

Այստեղից նորմալ հավասարումների համակարգը փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով գծային զույգային ռեգրեսիայի պարամետրերը գտնելու համար կունենա հետևյալ տեսքը.

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y; \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy; \end{cases}$$

որտեղ՝ n-ը ուսումնասիրվող համակցության ծավալն է (դիտարկումների միավորների թիվը):

Ռեգրեսիայի հավասարումներում a_0 պարամետրը ցույց է տալիս արդյունքային հատկանիշի վրա հաշվի չառնված (հետազոտության համար չառանձնացված) գործոնների միջինացված ազդեցությունը, իսկ a_1 -ը (պարաբոլի հավասարման մեջ նաև a_2 -ը) ռեգրեսիայի գործակիցն է, որը ցույց է տալիս, թե միջինով որքա՞ն է փոփոխվում արդյունքային հատկանիշի նշանակությունը գործոն հատկանիշի մեկ միավորով մեծանալու դեպքում:

Գործնականում հաճախ ուսումնասիրությունները անց են կացվում ըստ դիտարկումների մեծ ծավալի: Այդ դեպքում ելքային տվյալները նպատակահարմար է ներկայացնել ամփոփ կոռելյացիոն աղյուսակի տեսքով: Ընդ որում, վերլուծության են ենթարկվում խմբավորված տվյալները և՛ ըստ x գործոն հատկանիշի, և՛ ըստ y արդյունքային հատկանիշի, այսինքն՝ զույգային ռեգրեսիայի հավասարումները նպատակահարմար է կառուցել խմբավորված տվյալների հիման վրա:

Եթե x և y հատկանիշների նշանակությունները տրված են որոշակի (a–b) ինտերվալներով (միջակայքերով), ապա յուրաքանչյուր միջակայքի համար նախապես որոշում են միջակայքի կենտրոնը

$\left(\frac{x'}{y'} = \frac{a+b}{2}\right)$, և որից հետո կոռելացնում են x′ և y′ նշանակությունները, և առուցում են նրանց միջև ռեգրեսիայի հավասարումներ:

Իսկ եթե y և x հատկանիշների միջև կապը կորագիծ է և արտահայտում է երկրորդ կարգի պարաբոլի ձևով, ապա $Y_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$:

Տվյալ դեպքում խնդիրը կայանում է a_0, a_1 և a_2 պարամետրերի որոշման մեջ: x և y մեծությունների նշանակությունները ներկայացված ն տվյալների երկու շարքով.

$$\begin{array}{ccccc} y_1 & y_2 & y_3 & & y_n; \\ x_1 & x_2 & x_3 & \ldots & x_n: \end{array}$$

Եթե ըստ դիտարկված տվյալների ստացված բոլոր նշանակությունները ընկած լինեին բացառապես պարաբոլի հավասարմամբ արտացոլված կորի վրա, կամ էլ յուրաքանչյուր կետի համար արդարացի լիներ $-a_0 - a_1 x_{1i} - a_2 x_{1i}^2 = 0$ հավասարումը, ապա գոյություն չէր կարող ունենալ որևէ խնդիր: Սակայն, գործնականում տեղի ունի հետևյալ պատկերը. $y_i - a_0 - a_1 x_{1i} - a_2 x_{1i}^2 = \Delta i$, որտեղ՝

Δi -ն՝ դիտարկված և կապի հավասարմամբ ստացված տվյալների միջև եղած տարբերությունն է:

Այդ իսկ պատճառով անհրաժեշտություն է առաջանում նվազագույնի հասցնել այդ բացարձակ սխալների (շեղումների) գումարը, այսինքն՝

$$S = \sum^{n} |\Delta i| \rightarrow \min$$

կամ էլ նվազագույնի հասցնել խորանարդ սխալների գումարը, և այդ դեպքում կստանանք փոքրագույն խորանարդների մեթոդը.

$$S = \sum_{i=1} \left|\Delta i^3\right| \to \min;$$

և, վերջապես, նվազագույնի հասցնել առավելագույն բացարձակ սխալը.

$$\min \max i\left|\Delta i\right|:$$

Սակայն, առավել արդյունավետ տարբերակ է հանդիսանում սխալի գնահատումը փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով (ՓՔՄ).

$$S = \sum_{i=1} \Delta i^2 \to \min:$$

ՓՔՄ-ը ունի մի հրաշալի հատկություն. այն նորմալ հավասարումների թիվը դարձնում է հավասար անհայտ գործակիցների թվին:

Բերված երկրորդ կարգի պարաբոլի հավասարումը ունի երեք անհայտ գործակիցներ՝ a_0, a_1, a_2: Հետևաբար, կիրառելով փոքրագույն քառակուսիների մեթոդը, կստանանք հետևյալ հավասարումը.

$$S = \sum_{i=1}^{n} \Delta i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_1 - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right)^2 \to \min:$$

a_0, a_1, a_2 անհայտ գործակիցների նշանակությունները գտնելու համար, որոնց դեպքում $f(a_0, a_1, a_2)$ ֆունկցիան կլինի նվազագույնը, անհրաժեշտ է այդ մեծությունների մասնակի ածանցյալները հավասարեցնել զրոյի, այսինքն՝

$$\begin{cases} \dfrac{dS}{da_0} = 2\sum\left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right) = 0; \\ \dfrac{dS}{da_1} = 2\sum\left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right) \cdot x = 0; \\ \dfrac{dS}{da_2} = 2\sum\left(y - a_0 - a_1 x - a_2 x^2\right) \cdot x^2 = 0: \end{cases}$$

Կատարելով պարզագույն ձևափոխումներ, կստանանք նորմալ հավասարումների հետևյալ համակարգը.

$$\begin{aligned} na_0 + a_1\sum x + a_2\sum x^2 &= \sum y; \\ a_0\sum x + a_1\sum x^2 + a_2\sum x^3 &= \sum yx; \\ a_0\sum x^2 + a_1\sum x^3 + a_2\sum x^4 &= \sum yx^2: \end{aligned} \qquad (2.3.2)$$

Լուծելով համակարգը, կգտնենք a_0, a_1 և a_2 անհայտ գործակիցների նշանակությունները և կստանանք ռեգրեսիայի հավասարումը: ստ որի հաշվարկելով y_x տեսական արժեքները, կհամեմատենք դիտարկված տվյալների հետ, այսինքն՝ կհաշվարկենք, այսպես կոչված, առակուսիների մնացորդային գումարը (տես. աղյուսակ 2.3.1-ը):

Աղյուսակ 2.3.1

Քառակուսիների մնացորդային գումարի հաշվարկը

արկման համարը	Նշանակությունները ըստ դիտարկված տվյալների	Նշանակությունները ըստ ռեգրեսիայի հավասարման տվյալների y_x	$\Delta_i = y_i - \bar{y}_x$	Δ_i^2
1	y_1	y_1	Δ_1	Δ_1^2
2	y_2	y_2	Δ_2	Δ_2^2
3	y_3	y_3	Δ_3	Δ_3^2
	y_i	y_i	Δ_i	Δ_i^{2*}
n	y_n	y_n	Δ_n	Δ_n^2

$^*\sum^{n} \Delta_i^2 (i = 1, 2, \ldots, n)$

Քառակուսիների մնացորդային գումարը ըստ ՓՔՄ-ի համընկնում է հնարավոր նվազագույն մեծության հետ:

Հիպերբոլի հավասարման վճռման համար նորմալ հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum\frac{1}{x} = \sum y; \\ a_0\sum\frac{1}{x} + a_1\sum\frac{1}{x^2} = \sum\frac{y}{x}: \end{cases}$$

ՓՔՄ-ի կիրառումը բացատրվում է փորձի (դիտարկման) արդյունքներում պատահական սխալների անվերապահորեն առկայությամբ:

.4. Կապի էականության գնահատումը: Որոշումների ընդունումը ռեգրեսիայի հավասարման հիման վրա:

Ռեգրեսիայի հավասարումների հիման վրա կառուցված մոդելների եվկվատության ստուգումը սկսվում է ռեգրեսիայի յուրաքանչյուր գործակցի նշանակության ստուգումից:

Ռեգրեսիայի գործակիցների նշանակությունը իրականացվում է ուղենտի t չափանիշի օգնությամբ.

$$t_p = \frac{|a_i|}{\sqrt{\sigma_{ai}^2}}, \qquad (2.4.1)$$

որտեղ՝ σ_{ai}^2-ին ռեգրեսիայի գործակցի դիսպերսիան է:

Մոդելի պարամետրը համարվում է վիճակագրորեն նշանակություն ունեցող, եթե $t_p > t_{kp}(\alpha; V = n - K - 1)$;

որտեղ՝ α-ն հիպոթեզի ստուգման չափանիշի նշանակության մակարդակն է կապը չափակցող պարամետրերի զրոյին հավասարվելու ասին, այսինքն՝ կապի վիճակագրական էականությունը հաստատվում կապի բացակայության մասին զրոյական հիպոթեզի բացառման խտման) դեպքում;

$V = n - K - 1$ ազատության աստիճանների թիվն է, որը բնութագրում է համակցության ազատ տատանվող (վարիացվող) միավորների իվը:

Այդ արտահայտության մեջ ամենաբարդը դիսպերսիայի որոշումն է, որը կարող է հաշվարկվել երկակի մեթոդներով:

Ամենապարզագույնը էքսպերիմենտալ ընտրված եղանակն է, որը այանում է հետևյալում. ռեգրեսիայի գործակցի դիսպերսիայի մեծությունը մոտավորապես կարող է հաշվարկվել

$$\sigma_{ai}^2 = \frac{\sigma_y^2}{K}$$ արտահայտությամբ; (2.4.2)

որտեղ՝ σ_y^2 - արդյունաքային հատկանիշի դիսպերսիան է;

K - հավասարման մեջ եղած գործոն հատկանիշների թիվն է:

Դիսպերսիայի մեծության առավել ճիշտ գնահատական կարելի է ստանալ հետևյալ բանաձևով.

$$\sigma_{ai} = \frac{\sigma_y \cdot \sqrt{1-R^2}}{\sigma_{xi} \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{1-R_i}}; \qquad (2.4.3)$$

որտեղ՝ R_i-ն կոռելյացիայի բազմակի գործակցի մեծությունն է ըստ xi գործոնի մնացած գործոնների հետ միասին:

Ամբողջ մոդելի ադեկվատության ստուգումը իրականացվում է F-բաշխման չափանիշի և $\bar{\varepsilon}$ ապրոքսիմացիայի միջին սխալի մեծության օգնությամբ:

F- բաշխման չափանիշի նշանակությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$F = \frac{\frac{1}{K+1}\sum \bar{y}_K^2}{\frac{1}{n-K-1}\sum \left(y_i - \bar{y}_K\right)^2} \qquad (2.4.4)$$

որտեղ՝ $y_{1,2,\dots,K}$ - ռեգրեսիայի հավասարմամբ ստացված արդյունքային հատկանիշի տեսական նշանակություններն են;

n – ուսումնասիրվող համակցության ծավալն է;

K- մոդելում եղած գործոն հատկանիշների թիվն է:

եթե $F_p > F_\alpha$ ($\alpha = 0.05$ կամ էլ $\alpha = 0.01$ նշանակությունների դեպքում), ապա H_0 կապի ռեգրեսիայի հավասարման մեջ եղած հիպոթեզը իրականում գոյություն ունեցողների հետ անհամապատասխանության մասին ժխտվում է:

F -ի արժեքը որոշվում է համապատասխան աղյուսակներով՝ $\alpha = 0.05$ կամ էլ $\alpha = 0.01$ նշանակությունների և $V_1 = K+1$; $V_2 = n-K-1$ ազատության աստիճանների համար (որտեղ՝ n -ը դիտարկումների թիվն է, իսկ K-ն հավասարման մեջ եղած գործոն հատկանիշների թիվն է):

Ապրոքսիմացիայի գործակցի նշանակությունը, որը որոշվում է

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n}\sum \frac{\left|y - \bar{y}_{1,2,\dots,K}\right|}{y} \cdot 100 \qquad (2.4.5)$$

բանաձևով, չպետք է գերազանցի 12-15%-ը:

Ռեգրեսիոն վերլուծությունը ավարտող առավել բարդ փուլ է հանդիսանում հավասարման մեկնաբանումը, այսինքն՝ այն վիճակագրության մաթեմատիկայի լեզվից թարգմանելը տնտեսագետի լեզվով:

Ուսումնասիրվող երևույթի ռեգրեսիայի հավասարման ադեկվատության դեպքում հնարավոր են հետևյալ տարբերակները.

1. Կառուցված մոդելի ստուգման արդյունքում պարզվել է, որ ըստ F-բաշխման չափանիշի այն ամբողջությամբ ադեկվատ է և նրա ռեգրեսիայի բոլոր գործակիցները նշանակալի են: Այդպիսի մոդելը կարող է կիրառվել կանխատեսումների իրականացման որոշումների կայացման համար;

2. Մոդելը ըստ Ֆիշերի F- չափանիշի ադեկվատ է, սակայն ռեգրեսիայի գործակիցների մի մասը նշանակալի չեն: Այդ դեպքում մոդելը պիտանի է մի շարք որոշումների կայացման համար, սակայն ոչ կանխատեսումների համար:

3. Մոդելը ըստ Ֆիշերի F- չափանիշի ադեկվատ է, սակայն ռեգրեսիայի բոլոր գործակիցները նշանակալի չեն: Այդ իսկ պատճառով էլ մոդելը ամբողջապես համարվում է ոչ ադեկվատ: Այդպիսի մոդելի հիման վրա չեն ընդունվում որոշումներ և չեն իրականացվում կանխատեսումներ:

Տնտեսական վերլուծության հնարավորությունների ընդլայնման պատակով կիրառվում են *էլաստիկության մասնակի գործակիցները*, որոնք հաշվարկվում են

$$Э_{xi} = a_i \cdot \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}} \qquad (2.4.6)$$

բանաձևով

որտեղ՝ $\bar{x}_i$-ը՝ համապատասխան գործոն հատկանիշի միջին նշանակությունն է;

$\bar{y}$ -ը՝ արդյունքային հատկանիշի միջին նշանակությունն է;

a_i -ն՝ ռեգրեսիայի գործակիցն է տվյալ համապատասխան գործոն հատկանիշի դեպքում:

էլաստիկության գործակիցը ցույց է տալիս, թե միջինով քանի՞ տոկոսով է փոփոխվում արդյունքային հատկանիշի նշանակությունը գործոն հատկանիշի 1%-ով փոփոխվելու դեպքում:

Հաշվարկվում է նաև դետերմինացիայի մասնակի գործակիցը.

որտեղ՝ r_{yx_i} -ն կոռելյացիայի զույգային գործակիցն է արդյունքային և i -երորդ գործոն հատկանիշն

վասարման համապատասխան գոր-
աստաբով:
ծակիցը ցույց է տալիս, թե արդյուն-
քանի՞ տոկոսով է բացատրվում (պայ-
այի հավասարման մեջ մտնող i -ե-

Գրականություն

1. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс, М. Дело, 1997.

2. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы

, 1980.

ԹԵՄԱ 3.

ԲԱԶՄԱԿԻ ՌԵԳՐԵՍԻԱ ԵՎ ԿՈՌԵԼՅԱՑԻԱ

3.6. Կապի ոչ պարամետրիկ
[illegible]ցները:

3.1. Բազմակի (բազմագործոն) ռեգրեսիա

Միմյանց հետ կապված երեք և ավելի հատկանիշների միջև եղած կապի ուսումնասիրությունը կոչվում է բազմակի կամ բազմագործոն ռեգրեսիա: Բազմակի ռեգրեսիայի մեթոդներով փոխկախվածությունների ուսումնասիրության ժամանակ խնդիրը ձևակերպվում է այնպես, ինչպես զույգային ռեգրեսիայի կիրառման դեպքում, այն է, պահանջվում է որոշել արդյունքային հատկանիշի (y) և գործոն հատկանիշների (X_1, X_2, $X_3 \ldots X_k$) միջև եղած կապի վերլուծական արտահայտությունը, այսինքն գտնել

$$Y_{1,2,\ldots,k} = f(x_1, x_2, \ldots x_k) \quad \text{ֆունկցիան:} \qquad (3.1)$$

Բազմակի ռեգրեսիայի մոդելների կառուցումը ներառում է մի քանի փուլեր, դրանք են.

* կապի ձևի (ռեգրեսիայի հավասարման) ընտրումը;
* գործոն հատկանիշների ընտրումը;
* համակցության բավականաչափ ծավալի ապահովումը ոչ կասկածելի գնահատականներ ստանալու համար:

Այժմ հանգամանորեն ուսումնասիրենք դրանցից յուրաքանչյուրը:

Ռեգրեսիայի հավասարման տեսակի որոշման նպատակով կիրառենք տարբեր հավասարումների ընտրության մեթոդը:

Այդ մեթոդի էությունը կայանում է նրանում, որ որևէ սոցիալ-տնտեսական երևույթի կամ պրոցեսի կապերը բնութագրելու համար ընտրված ռեգրեսիայի հավասարումների (մոդելների) մեծ մասը իրացվում է էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենաների (ԷՀՄ) վրա՝ հատուկ մշակված ընտրության ալգորիթմով, վիճակագրական ստուգման հետևյալ հաջորդականությամբ, գլխավորապես Ստյուդենտի t- չափանիշի և Ֆիշերի F-բաշխման չափանիշի հիման վրա:

Ընտրության (վերընտրման) մեթոդը շատ աշխատատար է և կապված է հաշվողական աշխատանքների մեծ ծավալի հետ:

Փոխկախվածությունների բազմագործոնային մոդելների կառուցման պրակտիկան ցույց է տալիս, որ սոցիալ-տնտեսական երևույթների միջև իրականորեն (ռեալ կերպով) գոյություն ունեցող կախվածությունները կարելի է նկարագրել, կիրառելով մոդելների հինգ տեսակ (տիպ).

1) գծային.

$$\overline{Y}_{1,2,\ldots,k} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_k x_k;$$

աստիճանային

$$_{1,2\ \ldots,k} = a_0 x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \ldots\ldots x_k^{a_k};$$

ցուցչային

$$_{2.\ \ldots,k} = e^{a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_k x_k};$$

պարաբոլային

$$_{1,2,\ldots,k} = a_0 + a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + a_k x_k^2;$$

5 հիպերբոլային.

$$\overline{Y}_{1,2.\ldots,k} = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \ldots + \frac{a_k}{x_k}:$$

Հիմնական նշանակություն ունեն գծային մոդելները՝ նրանց պար-
ության և տնտեսագիտորեն տրամաբանական մեկնաբանության շնոր-
։ Ոչ գծային մոդելները բերվում են գծայինի՝ լինեարիզացիայի ճա-
պարհով:

Արդեն ընտրված բազմակի ռեգրեսիայի կառուցման կարևոր փուլ է
անդիսանում գործոն հատկանիշների ընտրումը և նրանց հետագա նե-
ռումը: Բազմակի ռեգրեսիայի հավասարման ձևավորման բարդու-
ւնը նրանում է, որ համարյա բոլոր գործոն հատկանիշները գտնվում
մեկը մյուսից փոխկապակցվածության մեջ: Խիստ կարևոր է նաև կա-
մոդելի չափի (տարողունակության) պրոբլեմը, այսինքն՝ գործոն
տկանիշների օպտիմալ քանակի, թվի որոշումը: Մի կողմից, որքան
ծ քանակությամբ գործոն հատկանիշներ են ներառված հավասար-
ան մեջ, այնքան այն լավ է նկարագրում տվյալ երևույթը: Սակայն, 100
ավելի գործոն հատկանիշներ ներառող մոդելը դժվար իրացվելի է և
ահանջում է մեքենայական աշխատանքի իսկայական ժամանակ ու
ախսեր: Մոդելի չափերի կրճատումը ի հաշիվ երկրորդական, տնտե-
ագիտական և վիճակագրական տեսանկյունից ոչ էական գործոնների
պաստում է մոդելի պարզության և նրա իրացման որակի բարձրացմա-
ը: Սակայն, փոքր չափերի ռեգրեսիայի մոդելի կառուցումը կարող է
անգեցնել այն բանին, որ այդ մոդելը կլինի ոչ բավարար չափով ադեկ-
ատ ուսումնասիրվող երևույթների և պրոցեսների համար:

Գործոն հատկանիշների ընտրման պրոբլեմը փոխկախվածությունների մոդելների կառուցման համար կարող է վճռվել վերլուծության էվրիստիկ կամ էլ բազմաչափ վիճակագրական մեթոդների հիման վրա:

Հիմնական մակրոտնտեսական ցուցանիշների վերլուծության էվրիստիկ մեթոդը, կամ այլ կերպ ասած, փորձագիտական գնահատումների մեթոդը (метод экспертных оценок),որը ձևավորում է հաշվարկների միասնական միջազգային համակարգը, հիմնված է ինտուիտիվ տրամաբանական նախադրյալների և բովանդակալից-որակյալ վերլուծության վրա:

Էքսպերտային (փորձագիտական) տեղեկատվության վերլուծությունը կատարվում է կապի ոչ պարամետրիկ ցուցանիշների հաշվարկման և դրանց վերլուծության բազայի վրա, այնպիսիք, ինչպիսիք են Սպիրմենի, Կենդալլի կոռելյացիայի ռանգային և կոնկորդացիայի գործակիցները: Գործոն հատկանիշների ընտրության ավելի նպատակահարմար եղանակն է քայլային ռեգրեսիան (քայլային ռեգրեսիոն վերլուծությունը): Դրա էությունը կայանում է հետևյալում. ռեգրեսիայի հավասարման մեջ հաջորդաբար ներառում են գործոնները և վերջնական ստուգման են ենթարկում դրանց նշանակությունները:

Բազմակի (բազմագործոնային) ռեգրեսիայի հավասարում (կամ կապի մոդել) է կոչվում արդյունքային հատկանիշի մի շարք գործոն հատկանիշներից կախվածության (կապի) անալիտիկ ձևը, որն ունի հետևյալ տեսքը.

$$Y_{1,2,....,k} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_kx_k; \qquad (3.2)$$

որտեղ` $Y_{1,2....,k}$ -ն` արդյունքային հատկանիշի տեսական նշանակություններն են, որոնք ստացվել են ռեգրեսիայի հավասարման մեջ համապատասխան գործոն հատկանիշների տեղադրման հետևանքով;

$x_1x_2....,x_k$ -ն` գործոն հատկանիշներն են;

$a_0, a_1...., a_k$ -ն` մոդելի պարամետրերն են (ռեգրեսիայի գործակիցներն են):

Մոդելի պարամետրերը կարող են որոշվել գրաֆիկական մեթոդով, ՓՔՄ-ով և այլն: ՓՔՄ-ով նվազագույնի է հասցվում հետևյալ արտահայտությունը.

$$S = \sum_{i=1}(y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - ... - a_kx_k)^2 = \min :$$

$$\frac{}{} = 0; \frac{ds}{da_1} = 0; \frac{ds}{da_2} = 0;.....; \frac{ds}{da_k} = 0 :$$

Օրինակ, ըստ a_1 պարամետրի.

$$\frac{}{\partial a} = \sum 2(y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - .... - a_kx_k)\cdot(-x_1) = 0 :$$

Համապատասխան ձևափոխումներ կատարելով ըստ a_i պարամետ-րի բոլոր նշանակությունների, կստանանք.

$$\sum y_1x_1 + 2a_0\sum x_1 + 2a_1\sum x^2{}_1 + 2a_2\sum x_2x_1 + ... + 2a_k\sum x_kx_1$$

Այստեղից` $a_0\sum x_1 + a_1\sum x^2 + a_2\sum x_2x_1 + ... + a_k\sum x_kx_1 = \sum yx$

Այսպիսի ձևափոխությունների արդյունքում ըստ a_i պարամետրերի K անհայտներով նորմալ հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum x_1 + a_2\sum x_2 + ... + a_i\sum x_i + ... + a_k\sum x_k = \sum y; \\ a_0\sum x_1 + a_2\sum x_1{}^2 + a_2\sum x_2x_1 + ... + a_i\sum x_ix_1 + ... + a_k\sum x_kx_1 = \sum yx_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_0\sum x_k + a_1\sum x_1x_k + a_2\sum x_2x_k + ... + a_i\sum x_ix_k + ... + a_k\sum x_k{}^2 = \sum yx_k : \end{cases}$$

Ռեգրեսիայի բազմակի հավասարումների կառուցման եղանակներից մեկն է հանդիսանում կապի մոդելի կառուցումը ստանդարտացված մասշտաբով: Ռեգրեսիայի հավասարման մեջ ներառված յուրաքանչյուր գործոն հատկանիշի ազդեցության գնահատականը արդյունքային հատկանիշի վրա կարող է շատ դժվար լինել, եթե գործոն հատկանիշները տարբեր են լինում ըստ իրենց էության և ունենում են չափի տարբեր միավորներ: Հենց այդ դեպքում էլ գործոն հատկանիշների ազդեցության առավել ճիշտ գնահատման համար կիրառում են ռեգրեսիայի բազմակի մոդելներ ստանդարտացված մասշտաբով, վերջինս ենթադրում է (նախատեսում է), որ ուսումնասիրվող հատկանիշների բոլոր նշանակությունները վերածվում են ստանդարտների ըստ

$$t_{xi} = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_i} \quad \text{բանաձևի,} \qquad (3.4)$$

որտեղ՝ x_i -ն՝ հատկանիշի նշանակությունն է բնեղեն (բնական) մասշտաբով:

Բազմակի ռեգրեսիայի հավասարումը ստանդարտացված մասշտաբով ունի հետևյալ տեսքը.

$$\bar{t}_{1,2,\dots,k} = \beta_1 t_1 + \beta_2 t_2 + \dots + \beta_k t_k; \qquad (3.5)$$

որտեղ՝ $t_1, t_2, t_3, \dots t_k$ -ն՝ $x_1, x_2, \dots\dots, x_k$ հատկանիշների ստանդարտացված նշանակություններն են;

$t_{1,2,\dots,k}$– ն-ռեգրեսիայի հավասարմամբ ստացված համապատասխան արդյունքային հատկանիշի ստանդարտացված փոփոխականի միջին նշանակությունն է;

$\beta_1, \beta_2, \dots\dots, \beta_k$ – ն՝ ռեգրեսիայի ստանդարտացված գործակիցներն են:Ռեգրեսիայի բազմագործոն մոդելի պարամետրերը ստանդարտացված մասշտաբով որոշվում են ՓՔՄ-ով: Նորմալ հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը

$$\begin{cases} \sum tt_1 = \beta_1 \sum t_1^2 + \beta_2 \sum t_1 t_2 + \dots + \beta_k \sum t_1 t \\ \sum tt_2 = \beta_1 \sum t_1 t_2 + \beta_2 \sum t_2^2 + \dots + \beta_k \sum t_2 t \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \sum tt_k = \beta_1 \sum t_1 t_k + \beta_2 \sum t_2 t_k + \dots + \beta_k \sum t^2{}_k \end{cases}$$

որտեղ՝ t-ն՝ արդյունքային հատկանիշի նշանակությունն է ստանդարտացված մասշտաբով:

$\beta_1, \beta_2 \dots\dots, \beta_k$ գործակիցները հնարավորություն են տալիս

համեմատական վերլուծություն կատարել. այն է՝ բացահայտել յուրաքանչյուր՝գործոն հատկանիշի փոփոխության ազդեցության ուժի գնահատականը արդյունքային (մոդելավորվող) հատկանիշի փոփոխության վրա:

Ստանդարտացված մասշտաբով հավասարումից հեշտ է անցում կատարել բնեղեն մասշտաբով հավասարմանը: a_1 գործակիցները ստանում են՝

$$a_i = \beta_i \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_y} \quad \text{հարաբերակցությունից,} \qquad (3.6)$$

իսկ a_0 ազատ անդամը՝

$$a_0 = \bar{y} - a_1\bar{x}_1 - a_2\bar{x}_2 - \dots\dots - a_k\bar{x}_k \quad \text{արտահայտությունից:}$$

Տվյալ ուսումնասիրվող տնտեսական երևույթը (պրոցեսը) պայմանավորող առանձին գործոնների բարդությունը և փոխադարձ միաձուլումը կարող են արտահայտվել (հանդես գալ) այսպես կոչված մուլտիկոլլինեարությամբ (multicollinearity), որը իրենից ներկայացնում է մոդելում ներառված գործոն հատկանիշների միջև եղած սերտ (խիստ) փոխկախվածությունը: Հատկանիշների միջև եղած մուլտիկոլլինեարության առկայությունը բերում է՝

* մոդելի այն պարամետրերի մեծության խեղաթյուրմանը (искажение), որոնք ունեն բարձրացման (աճման) միտում,
* ռեգրեսիայի գործակիցների տնտեսագիտական մեկնաբանման իմաստի փոփոխությանը,
* նորմալ հավասարումների համակարգի թույլ փոխպայմանավորվածությանը,
* առավել էական գործոն հատկանիշների որոշման պրոցեսի բարդացմանը:

Մուլտիկոլլինեարության պրոբլեմի լուծման գործում կարելի է առանձնացնել հետևյալ փուլերը.

* մուլտիկոլլինեարության առկայության սահմանումը (բացահայտումը);
* մուլտիկոլլինեարության առաջացման պատճառների որոշումը;
* դրա վերացման գծով միջոցառումների մշակումը:

Հատկանիշների միջև մուլտիկոլլինեարության առաջացման պատճառներ են հանդիսանում.

* Երևույթի կամ պրոցեսի միևնույն կողմը բնութագրող ուսումնասիր-

վող գործոն հատկանիշները: Օրինակ, արտադրված արտադրանքի ծավալը և հիմնական արտադրական ֆոնդերի միջին տարեկան արժեքը բնութագրող ցուցանիշները միաժամանակ ներառել մոդելում չի թույլատրվում, քանի որ դրանք երկուսն էլ բնութագրում են ձեռնարկության չափերը;

* որպես գործոն հատկանիշներ այն ցուցանիշների կիրառումը, որոնց գումարային նշանակությունը իրենից ներկայացնում է կայուն (մշտական) մեծություն;
* այն գործոն հատկանիշները, որոնք մեկը մյուսի բաղկացուցիչ տարրերն են հանդիսանում;
* այն գործոն հատկանիշները, որոնք ըստ տնտեսագիտական նշանակության կրկնում են միմյանց:

Հատկանիշների միջև մուլտիկոլլինեարության առկայության սահմանման ինդիկատորներից մեկն է հանդիսանում կոռելյացիայի զույգային գործակցի գերազանցումը 0.8 ($r_{x_i x_j}$) նշանակությունից և այլն:

Մուլտիկոլլինեարության բացառումը (վերացումը) կարող է իրականանալ կոռելյացիոն մոդելից մեկ կա՛մ մի քանի գծայնորեն կախված գործոն հատկանիշների բացառման միջոցով, կամ էլ ելքային գործոն հատկանիշները ձևափոխելով նոր, խոշորացված գործոններով:

Այն հարցը, թե գործոններից ո՞րը պետք է դուրս գցել (դուրս թողնել), լուծվում է ուսումնասիրվող երևույթի որակական և տրամաբանական վերլուծության հիման վրա:

Ռեգրեսիայի հավասարման որակը կախված է ելքային տվյալների վստահելիության և հուսալիության աստիճանից և համակցության ծավալից: Հետազոտողը պետք է ձգտի մեծացնել դիտարկումների ծավալը, քանի որ այն հանդիսանում է ադեկվատ վիճակագրական մոդելների կառուցման նախադրյալներից մեկը:

3.2. Դետերմինացիայի բազմակի գործակիցը:

Դետերմինացիայի բազմակի գործակիցը (R^2) իրենից ներկայացնում է կոռելյացիայի բազմակի գործակիցը բարձրացրած քառակուսի աստիճան, այն բնութագրում է, թե արդյունքային հատկանիշի վարիացիայի որ մասն է պայմանավորված գործոն հատկանիշների փոփոխությամբ (որոնք ներառված են բազմագործոն ռեգրեսիոն մոդելի մեջ):

Յուրաքանչյուր գործոն հատկանիշի՝ մոդելավորվողի վրա ազդեցության առավել ճիշտ գնահատման համար կիրառում են Q-գործակիցը, որը որոշվում է

$$Q_{x_j} + Э_{x_i} \cdot V_{x_i} \qquad (3.2.1)$$

բանաձևով, որտեղ՝

Vx_j -ն՝ համապատասխան գործոն հատկանիշի վարիացիայի գործակիցն է:

Հաշվարկը կարող է լրացվել դետերմինացիայի մասնակի և բազմակի գործակիցների հաշվարկմամբ և պարզաբանմամբ, որոնք հնարավորություն են տալիս ընդհանուր ձևով արտացոլել չափակցվող ցուցանիշի կապը գործոն հատկանիշի հետ:

Ամբողջությամբ դրական գնահատելով ռեգրեսիայի հավասարման նշանակությունը որպես կապի ադեկվատ մոդելների, անհրաժեշտ է նշել նաև նրանց բացասական հատկությունները:

Այդ մոդելները լավ ապաքսիմացիա ունենում են արդյունքային հատկանիշի այն նշանակությունների համար, որոնք գտնվում են հատկանիշի անհատական արժեքների ռանգավորված շարքի կենտրոնում: Տվյալ նշանակությունների համար ապրոքսիմացիայի սխալը չի գերազանցում 1-2%-ին: Տվյալ ելքային շարքի վերջում ապրոքսիմացիայի սխալները կարող են հասնել մինչև 50%-ի: Ռեգրեսիայի հավասարումների հիման վրա հնարավոր չէ ստանալ մոդելավորվող ցուցանիշի օպտիմալ նշանակությունը: Մոդելները ռեգրեսիայի հավասարումների հիման վրա ունեն թույլ էքստրապոլյացիոն հատկություններ, քանի որ դրանք չեն արտացոլում սոցիալ- տնտեսական երևույթների և պրոցեսների զարգացման միտումները և դրանք պիտանի են միայն հավանական բնույթ կրող կարճաժամկետ կանխատեսումների համար:

Ռեգրեսիայի մոդելների առավել լրիվ տնտեսական մեկնաբանումը հնարավորություն է տալիս բացահայտելու տնտեսական սուբյեկտների զարգացման ռեզերվները (պահուստները) և բարձրացնելու դրանց գործարար ակտիվությունը:

3.3. Կոռելյացիայի բազմակի գործակիցը

Կոռելյացիայի բազմակի գործակիցը հաշվարկվում է արդյունքային և մի շարք գործոն հատկանիշների միջև գծային կապի առկայության դեպքում, ինչպես նաև յուրաքանչյուր զույգ գործոն հատկանիշների միջև: Այն հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$R_{y\,x_1x_2\dots} = \sqrt{\frac{\vartheta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{1-\frac{\sigma^2_{ост}}{\sigma^2}};$$

որտեղ՝ ϑ^2 – ին բազմակի ռեգրեսիայի հավասարմամբ հաշվարկված արդյունքային հատկանիշի տեսական նշանակությունների դիսպերսիան է;

$\sigma^2_{ост}$ –ը՝ մնացորդային դիսպերսիան է;

σ^2 –ին՝ արդյունքային հատկանիշի ընդհանուր դիսպերսիան է:

Արդյունքային (y) և երկու գործոն (x_1) և (x_2) հատկանիշների միջև եղած կապի գնահատման դեպքում կոռելյացիայի բազմակի գործակիցը կարելի է որոշել հետևյալ բանաձևով.

$$R_{y/x_1x_2\dots} = \sqrt{\frac{r^2_{yx_1}+r^2_{yx_2}-2r_{yx_1}\cdot r_{yx_2}\cdot r}{1-r^2_{x\,x_2}}} \qquad (3.3.1.)$$

որտեղ՝ r - ը՝ հատկանիշների միջև եղած կոռելյացիայի զույգային գործակիցներն են:

Կոռելյացիայի բազմակի գործակիցը կարելի է հաշվարկել, օգտագործելով r_{ij} զույգային գործակիցները և ռեգրեսիայի գործակիցները ստանդարտիզացված մասշտաբով (β_i).

$$R_{x_1x_2\dots x_k} = \sqrt{\beta_1\cdot r_{yx_1}+\beta_2\cdot r_{yx_2}+\dots\dots+\beta_k\cdot r_{yx_k}};$$

որտեղ՝ r_{yxi} - ն՝զույգային գործակիցներն են;

β_i -ն՝ գործակիցներն են ստանդարտիզացված մասշտաբով:

Կոռելյացիայի բազմակի գործակիցը ընդունում է $0 \le R \le 1$ արժեքները (միայն դրական արժեքներ):

R-ի ձգտումը մեկին վկայում է հատկանիշների միջև եղած ամուր կապի

առկայության մասին: Դիտարկումների ոչ մեծաքանակ թվի դեպքում բազմակի կոռելյացիայի գործակցի նշանակությունը, որպես կանոն, աճում է:

Որպեսզի գնահատենք արդյունքային (մոդելավորվող) հատկանիշի ընդհանուր վարիացիան կախված գործոն հատկանիշներից, բազմակի կոռելյացիայի գործակցի մեծությունը ճշգրտվում է հետևյալ արտահայտության հիման վրա.

$$\hat{R}_{y\,x_1,x_2,\dots,x_k} = \sqrt{1-(1-R^2)\frac{n-1}{n-k-1}}; \qquad (3.3.2)$$

որտեղ՝ $\hat{R}$ -ը՝ ճշգրտված նշանակությունն է;

n –ը՝ դիտարկումների թիվն է;

k –ն՝ գործոն հատկանիշների թիվն է:

R –ի ճշգրտումը չի կատարվում այն դեպքում, եթե $\frac{n-k}{k} \ge 20$:

Եթե տեղի ունի $\frac{R}{\ } > 3$ անհավասարությունը, ապա P=0.99

հավանականությամբ R-ը կարելի է համարել նշանակալի:

Բազմակի կոռելյացիայի գործակցի նշանակության ստուգումը կատարվում է Ֆիշերի F- չափանիշի հիման վրա՝

$$F_p = \frac{\frac{1}{2}\cdot R^2_{y/x_1x_2}}{\frac{1}{n-3}\cdot\left(1-R^2_{y/x_1x_2}\right)}, \qquad (3.3.3)$$

Եթե $F_p > F_{kp}(\alpha; V_1=2; V_2=n-3)$, ապա բազմակի կոռելյացիայի գործակցի նշանակություն չունենալու մասին Ho հիպոթեզը ժխտվում է (Ho:R=0):

R-ի վստահելիության սահմանների գնահատումը կատարվում է հետևյալ կերպ. R-ի մեծությունը հավասարեցվում է Z մեծության հիպերբոլիկ տանգենսին, այսինքն. R=thr, եթե՝

$$Z = \frac{1}{2}\cdot\ln\frac{1+R}{1-R}.$$

Z-ի բաշխման խտությունը համարյա թե նորմալ է համարվում

$$\overline{Z} = \frac{1}{2}\cdot\ln\frac{1+R}{1-R}+\frac{R}{2(N-1)} \qquad (3.3.4)$$

միջին նշանակության և $\sigma^2_z = \frac{1}{N-3}$ դիսպերսիայի դեպքում:

Հետևաբար,

$$P\{-t\sigma_z < z - z_0 < t\sigma_z\} = \phi(t),$$

այստեղից՝

$$Z - t\sigma_R < Z_0 < Z + t\sigma_R;$$
$$Z_1 = Z - t_{SZ}.$$
$$Z_2 = Z + t\sigma_Z: \qquad (3.3.5)$$

Ըստ Ֆիշերի Z-ձևափոխման աղյուսակների գտնում են R_1 և R_2, այսինքն՝ $R_1 < R < R_Z$-R-ի նշանակությունների վերին և ներքին սահմաններն են:

3.4.Կոռելյացիայի մասնակի գործակիցները

■ Կոռելյացիայի մասնակի գործակիցները բնութագրում են X_1 և X_2 (երկու) հատկանիշների միջև եղած կապի խտության աստիճանը մնացած գործոն հատկանիշների նշանակությունների (K-2) անփոփոխ (կայուն) լինելու դեպքում, այսինքն, երբ X_3 -ի ազդեցությունը բացառվում է և գնահատվում է X_1 -ի և X_2-ի միջև եղած կապը «մաքուր տեսքով»:

■ Այն գործակիցը, որում բացառվում է միայն մեկ գործոն հատկանիշի ազդեցությունը, կոչվում է առաջին կարգի մասնակի կոռելյացիայի գործակից, այն ընդհանուր տեսքով կարելի է ներկայացնել այսպես.

$$r_{1,2,3,4,\dots k} \quad \frac{r_{1,2,3,4,\dots k-1} - r_{1,k,3\dots k-1}\cdot r_{2,k,3\dots k-1}}{\sqrt{(1-r^2_{1,k,3,\dots k-1})\cdot(1-r^2_{2,k,3,\dots k-1})}}:$$

Y-ի X_1 և X_2 (երկու) գործոն հատկանիշներից կախվածության դեպքում կոռելյացիայի մասնակի գործակիցը կլինի հետևյալը.

$$r_{yx_1/x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{x_1x_2}\cdot r_{yx_2}}{\sqrt{(1-r^2_{x_2y})\cdot(1-r^2_{x_1x_2})}}; \qquad (3.4.1.)$$

$$r_{yx_2/x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{x_1y}\cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1-r^2_{x_1y})\cdot(1-r^2_{x_1x_2})}};$$

որտեղ՝r-ը՝ կոռելյացիայի զույգային գործակիցներն են ինդեքսում նշված փոփոխականների միջև:

Առաջին դեպքում բացառված է X_2 գործոն հատկանիշի ազդեցությունը, իսկ երկրորդ դեպքում՝ X_1-ի: Կոռելյացիայի զույգային և մասնակի գործակիցների նշանակությունները տարբերվում են միմյանցից, զույգային գործակիցը բնութագրում է երկու հատկանիշների միջև եղած կապը՝ առանց հաշվի առնելու մնացած հատկանիշների ազդեցությունը, իսկ մասնակի գործակիցը հաշվի է առնում նաև մնացած գործոնների առկայությունը և ազդեցությունը:

Կոռելյացիայի մասնակի գործակիցների համար նրանց նշանակու-թյունների ստուգումը և վստահելիության միջակայքի հաշվարկը նույնն է, ինչ որ զույգային գործակիցների համար, միայն այն տարբերությամբ, որ V ազատության աստիճանների թիվը որոշվում է n=n-k բանաձևով, որտեղ՝ K-ն՝ մասնակի կոռելյացիայի գործակցի կարգն է:

3.5. Սոցիալական երևույթների կապի ուսումնասիրության մեթոդները

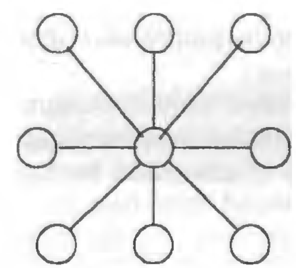
Վիճակագրության և էկոնոմետրիկայի կարևորագույն խնդիրն է սոցիալական երևույթների վիճակագրական գնահատման մեթոդիկայի մշակումը, որը բարդանում է պայմանավորված այն հանգամանքով, որ սոցիալական երևույթներից շատ -շատերը քանակական գնահատման կամ չափման չեն ենթարկվում:

Որպես կանոն, սոցիալական երևույթների, նրանց կապերի և կախվածությունների վերլուծությունը պետք է սկսել կապերի գրաֆիկների կառուցումից: Ներկայումս կիրառվում են սոցիալական երևույթների կապերը բնութագրող հետևյալ գրաֆիկները.

«Շ» (շղթա) 

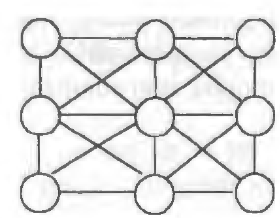
Այդ գրաֆիկի օգնությամբ արտապատկերվում են սոցիալական երևույթների միջև եղած այն կապերը, ոքոնք ունեն միևնույն էությունը և նշանակությունը:

«Ա» (աստղ)



Այն արտացոլում է այնպիսի սոցիալական երևույթների կախվածությունը, որոնք ձգտում են մեկին, առավել նշանակալիին: Տվյալ հատկանիշի բացառումը խախտում է մնացած հատկանիշների միջև եղած փոխկախվածությունները:

«Ց» (ցանց)



Տվյալ դեպքում ընտրվում են մի քանի նշանակալի հատկանիշներ, որոնք սերտորեն կախված են մեկը մյուսից:

Սոցիալական երևույթների բազմագործոն (բազմաչափ) կապերի քանակական բնութագրության համար կիրառվում է **կոռելյացիոն պլեյադաների մեթոդը**, որը հիմնված է այսպես կոչված ինֆորմատիվ գործակիցների հաշվարկման վրա (դրանք նույնպես կապի գործակիցներ են): Կոռելյացիոն պլեյադաների մեթոդը հնարավորություն է տալիս փոխկապակցված հատկանիշները խմբավորել, այսպես կոչված, պլեյադաների մեջ: Պլեյադաները լինում են կոռելյացիայի ինֆորմացիոն գործակիցների մատրիցայի հիման վրա, լարվածության գործակիցների հիման վրա և այլն: Կոռելյացիոն պլեյադաների կառուցման ալգորիթմը հիմնվում է նշանակություններիի ելքային մատրիցայում ինֆորմացիոն գործակիցների առավելագույն նշանակությունների առանձնացման վրա: Առանձնացված պլեյադաների բազայի վրա կառուցվում է «պլեյադաների ծառը», որի առանձնահատկությունը կայանում է նրանում, որ գործոն հատկանիշների միջև եղած ներպլեյադային կապերը շատ սերտ են (խիստ են), իսկ միջպեյադային կապերը թույլ են:

Այդպիսի վերլուծության համար տեղեկատվական բազա են ծառայում հարցաթերթիկի հիման վրա անցկացված տարբեր սոցիոլոգիական հետազոտությունների տվյալները:

Ինֆորմացիոն գործակիցների հաշվարկումը հիմք է հանդիսանում սոցիալ-տնտեսական երևույթների միջև կապերի հետագա խորացված վերլուծության համար:

Սոցիալական երևույթների կապերի քանակական գնահատականը իրականացվում է մի ամբողջ շարք գործակիցների հաշվարկման և վերլուծության հիման վրա:

Քանակական հատկանիշների վարիացիայի միջև հարաբերակցության առկայության դեպքում խոսքը գնում է նրանց ասոցիացիայի, փոխկախվածության մասին: Այս դեպքում կապի գնահատման համար կիրառում են մի շարք ցուցանիշներ:

Ասոցիացիայի և կոնտինգենցիայի գործակիցը:

Երկու որակական հատկանիշների կապի խտության որոշման համար, երբ դրանցից յուրաքանչյուրը բաղկացած է միայն երկու խմբերից, կիրառվում են ասոցիացիայի և կոնտինգենցիայի գործակիցները: Կապի ուսումնասիրության ժամանակ թվային նյութը ներկայացնում են լարվածության (сопряженность) աղյուսակների տեսքով, որը բերված է ներքոհիշյալում.

Աղյուսակ 3.5.1

Ասոցիացիայի և կոնտինգենցիայի գործակիցների հաշվարկման աղյուսակ.

a	b	a+b
c	d	c+d
a+c	b+d	a+b+c+d

Հաշվարկման համար կազմվում է մի այնպիսի աղյուսակ, որը ցույց է տալիս երկու երևույթների միջև եղած կապը, ընդ որում դրանցից յուրաքանչյուրը պետք է լինի ալտերնատիվ (հակադիր, այլընտրանքային), այսինքն, պետք է բաղկացած լինի երկու միմյանցից որակապես տարբերվող հատկանիշի նշանակություններից (օրինակ՝ լավ, վատ):

Գործակիցները որոշվում են ըստ հետևյալ բանաձևերի.

ասոցիացիայի. $$K_{ա} = \frac{ad - bc}{ad + bc}:$$ (3.5.1)

կոնտինգենցիայի. $$K_{k} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)\cdot(b+d)\cdot(a+c)\cdot(c+d)}}:$$ (3.5.2.)

Կոնտինգենցիայի գործակիցը միշտ փոքր է ասոցիացիայի գործակցից: Կապը համարվում է հաստատված, եթե $K_{ա} \geq 0.5$ կամ $K_{k} \geq 0.3$:

Երբ որակական հատկանիշներից յուրաքանչյուրը բաղկացած է ավելի, քան երկու խմբերից, ապա կապի խտության գնահատման համար հնարավոր է նաև կիրառել **Պիրսոնի-Չուպրովի փոխադարձ լարվածության (փոխլարվածության) գործակիցը:**

Այն որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$K_{П} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1+\varphi^2}};\quad K_{Ч} = \sqrt{\frac{\varphi^2}{(k_1 - 1)(k_2 - 1)}},$$ (3.5.3)

որտեղ՝ φ^2 – ին՝ փոխլարվածության գործակիցն է, φ – ն՝ որոշվում է որպես ներքոհիշյալ աղյուսակի յուրաքանչյուր վանդակի հաճախականությունների քառակուսիների՝ համապատասխան սյան և տողի գումարային համախականությունների արտադրյալին հարաբերության գումար: Այդ գումարից հանելով 1(մեկ), կստանանք φ^2 մեծությունը.

$$\varphi^2 = \sum \frac{n^2_{xy}}{n_x n_y} - 1 ,$$

որտեղ` $K_1$-ը` առաջին հատկանիշի նշանակությունների (խմբերի) թիվն է;
K_2-ը` երկրորդ հատկանիշի նշանակությունների (խմբերի) թիվն է:

Որքան $K_ч$-ի և $K_п$ -ի նշանակությունները մոտ են 1-ին, այնքան կապը ավելի խիստ է (սերտ է):

Աղյուսակ 3.5.2.

Օժանդակ աղյուսակ փոխլարվածության գործակցի հաշվարկման համար

Y / X	I	II	III	Ամբողջը
I			n_{xy}	n_x
II				n_x
III				n_x
Ընդամենը	n_y	n_y	n_y	n

$$1+\varphi^2 = \sum \frac{\sum \frac{n^2_{xy}}{n_x}}{n_y} = \sum \frac{\sum \frac{n^2_{xy}}{n_y}}{n_x};$$

Վիճակագրության մեջ գոյություն ունեն նաև Չուպրովի գործակցի մոդիֆիկացիաներ, ասենք օրինակ, Պիրսոնի χ^2-չափանիշի հաշվարկման միջոցով: Փոխլարվածության գործակիցը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$K_п = \sqrt{\frac{\chi^2}{n+\chi^2}}; \qquad (3.5.4)$$

որտեղ` $\chi^2 = n\left\{\sum_{xy} n^2_{xy} / n_x \cdot n_y - 1\right\}$ ին` համաձայնության առավել տարածված չափանիշն է, որն կիրառվում է բաշխվածության տեսակի մասին վիճակագրական հիպոթեզը ստուգելու համար: Չուպրովի գործակիցը տատանվում է $0 \le K_ч \le 1$ սահմաններում:

Չուպրովի փոխլարվածության գործակցի հաջորդ մոդիֆիկացիան է հանդիսանում.

$$K_ч = \sqrt{\frac{\chi^2}{n\sqrt{(K_1-1)\cdot(K_2-1)}}} \quad \text{բանաձևը,} \qquad (3.5.5)$$

որտեղ` $K_1$-ը` աղյուսակի տողերի թիվն է,
K_2-ը` աղյուսակի սյուների թիվն է,
n-ը` դիտարկումների թիվն է:

Կապի գնահատման համար առանձնահատուկ նշանակություն ունի **կոռելյացիայի բիսսերիալ գործակիցը**, որը հնարավորություն է տալիս գնահատելու կապը որակական-ալտեռնատիվ և քանակական-տատանվող (վարիացվող) հատկանիշների միջև: Այն հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$r = \frac{\left|\bar{y}_2 - \bar{y}_1\right| \; pq}{\;}; \qquad (3.5.6)$$

որտեղ` $\bar{y}_2$ և $\bar{y}_1$– ը` խմբային միջիններն են,

σ_y – ը` հատկանիշի փաստացի արժեքների միջինից եղած շեղման միջին քառակուսայինն է;
p-ն` առաջին խմբի տեսակարար կշիռն է (մասն է),
q-ն` երկրորդ խմբի մասն է (տեսակարար կշիռն է),
Z-ը` Z-բաշխման p-ից ունեցած կախվածության աղյուսակային նշանակություններն են:

3.6. Կապի ոչ պարամետրիկ ցուցանիշները: Կապի ռանգային գործակիցները

Սոցիալ-տնտեսական երևույթների վերլուծության ժամանակ հաճախ անհրաժեշտ է լինում դիմելու տարբեր պայմանական գնահատականների, օրինակ ռանգերի, իսկ առանձին հատկանիշների միջև եղած փոխկախվածությունը չափակցել կապի ոչ պարամետրիկ գործակիցների օգնությամբ: Տվյալ գործակիցները հաշվարկվում են այն պայմանով, որ ուսումնասիրվող հատկանիշները ենթարկվում են բաշխման տարբեր օրենքների:

Ռանգավորումը (ранжирование) իրենից ներկայացնում է ուսումնասիրության ենթակա օբյեկտների հերթական դասավորման (упорядочение) ընթացակարգը, որը կատարվում է նախընտրելիության հիման վրա:

Ռանգը - հատկանիշի նշանակությունների հերթական համարն է, որոնք դասավորված են նրա մեծությունների աճողական կամ նվազողական կարգով: Եթե հատկանիշի նշանակությունները ունեն միևնույն քանակական գնահատականը, ապա այդ բոլոր նշանակությունների ռանգը ընդունվում է հավասար տեղերի համապատասխան համարների միջին թվաբանականին, որը հաշվարկում են: Տվյալ ռանգերը կոչվում են կապային (կապված - связные):

Ռանգերի կոռելյացիայի գործակիցը (Սպիրմենի գործակիցը) հաշվարկվում է

$$P_{x/y} = 1 - \frac{6\sum di^2}{n(n^2-1)} \quad \text{բանաձևով,} \qquad (3.6.1)$$

(այն դեպքի համար, երբ չկան կապված ռանգեր);

որտեղ՝ di^2 -ին՝ ռանգերի տարբերության քառակուսին է;

n -ը՝ դիտարկումների թիվն է (զույգ ռանգերի թիվն է):

Սպիրմենի գործակիցը $[-1;1]$ միջակայքում ընդունում է ցանկացած արժեքները: Սպիրմենի ռանգերի կոռելյացիայի գործակցի նշանակությունը ստուգվում է Ստյուդենտի t-բաշխման չափանիշի հիման վրա: Չափանիշի հաշվարկային նշանակությունը որոշվում է.

$$t_p = P_{xy} \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-P^2_{xy}}} \quad \text{բանաձևով:} \qquad (3.6.2)$$

Սպիրմենի կոռելյացիայի գործակցի նշանակությունը համարվում է վիճակագրորեն էական, եթե [illegible]

$t_p > t_{kp}(\alpha; k=n-2)$: [illegible]

Եթե ըստ ուսումնասիրվող երևույթի նշանակությունների համակցությունը պարունակում է կապված ռանգեր, ապա այդ դեպքում Սպիրմենի կոռելյացիայի գործակիցը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$p_{x/r} = \frac{\frac{1}{6}\cdot\left(n^3-n\right) - \sum_{i=1}^{n} di^2 - T_x - T_y}{\left[\frac{1}{6}\cdot\left(n^3-n\right) - 2T_x\right]\cdot\left[\frac{1}{6}\cdot\left(n^3-n\right) - 2T_y\right]}; \qquad (3.6.3)$$

որտեղ՝ $T_{x/y} = \frac{1}{12}\cdot\sum_{j=1}^{k}\left(t^3_j - t_j\right);$

t_j-ն՝ j [illegible] ռանգերի թիվն է:

$$\left[\frac{1}{6}\cdot\left(n^3-n\right)\right]$$

$$P_{x/y} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} di^2}{\frac{1}{6}\cdot\left(n^3-n\right) - \left(T_x+T_y\right)} \quad \text{բանաձևից:} \qquad (3.6.4)$$

Կենդալլի կոռելյացիայի ռանգային գործակիցը (τ) նույնպես կարող է կիրառվել միասեռ օբյեկտները բնութագրող քանակական և որակական հատկանիշների միջև փոխկախվածության չափման համար, որոնք ռանգավորված են միևնույն սկզբունքով: Այն հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)}; \qquad (3.6.5)$$

որտեղ՝ n-ը՝ դիտարկումների թիվն է,

S-ը՝ ըստ երկրորդ հատկանիշի հաջորդականությունների թվի և տեսակետներից դուրս մնացածների (инверсии) թվի միջև եղած տարբերությունների գումարն է:

Տվյալ գործակցի հաշվարկը կատարվում է հետևյալ հաջորդականությամբ.

1/ X- ի նշանակությունները ռանգավորվում են աճողական կամ նվազողական կարգով;

2/ Y-ի նշանակությունները տեղադրվում են X-ի նշանակություններին համապատասխան;

3/ Y-ի յուրաքանչյուր ռանգի համար որոշվում է նրան հաջորդող ռանգերի նշանակությունների որոնք գերազանցում են նրա արժեքը: Այդպես գումարելով թվերը, որոշվում է P-ի արժեքը՝ որպես ըստ X-ի և Y-ի հաջորդական ռանգերի համապատասխանության չափի միջոց և հաշվի է առնվում (+)-ի նշանով;

4/ Y-ի յուրաքանչյուր ռանգի համար որոշվում է նրա արժեքից փոքր նրանից հետո եղած ռանգերի թիվը: Դրանց գումարային մեծությունը նշանակվում է Q-ով և ֆիքսվում է (-) - ի նշանով:

5/ Ըստ շարքի յուրաքանչյուր անդամի որոշվում է բալերի գումարը:

Եթե ուսումնասիրվող համակցությունում կան կապված ռանգեր, ապա հաշվարկները անհրաժեշտ է կատարել

$$\tau = \frac{S}{\sqrt{\left[n(n-1)/2 - V_x\right]\cdot\left[n(n-1)/2 - V_y\right]}} \qquad (3.6.6)$$

բանաձևով, որտեղ $V_{x/y} = 1/2\sum_{j=1} tj\cdot(tj-1)$:

Որպես կանոն, Կենդալլի գործակիցը փոքր է Սպիրմենի գործակցից: Համակցության բավականաչափ մեծ ծավալի դեպքում այդ գործակիցների նշանակությունները ունեն հետևյալ կախվածությունը.

$$\tau = \frac{2}{3}P_{x/y};$$

Հատկանիշների միջև եղած կապը կարելի է համարել նշանակալի, եթե Սպիրմենի և Կենդալլի գործակիցները մեծ են ստացվում 0.5-ից:

Ռանգավորված հատկանիշների ցանկացած (կամայական) թվերի միջև եղած կապի խտության որոշման համար կիրառվում է ռանգային կոռելյացիայի բազմակի գործակիցը (կոնկորդացիայի գործակիցը) (W), որը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$W = \frac{12S}{m^2\cdot(n^3-n)}; \qquad (3.6.7)$$

որտեղ՝ m-ը՝ գործոնների թիվն է,

n-ը՝ դիտարկումների թիվն է;

S-ը՝ ռանգերի քառակուսիների միջինից եղած ռանգերի շեղումների քառակուսիների գումարն է:

Կոնկորդացիայի գործակցի նշանակությունը ստուգվում է Պիրսոնի χ^2 - չափանիշի հիման վրա.

$$\chi^2 = \frac{12S}{m\cdot n(n-1)}: \qquad (3.6.8)$$

Կապակցված ռանգերի առկայության դեպքում կոնկորդացիայի գործակիցը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$W = \frac{}{1/12m^2\cdot(n^3-n)-m\sum_{j=1}^{m}Tj}; \qquad (3.6.9)$$

որտեղ՝ $Tj = 1/12\sum_{j=1}^{m}(t^3{}_j - t_j)$,

t-ն՝ ըստ առանձին հատկանիշների կապակցված ռանգերի թիվն է:

Նշանակության ստուգումը կատարվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\chi^2 = \frac{S}{1/12m\cdot n(n-1) - \frac{1}{(n-1)}\cdot\sum_{j=1}^{m}Tj} \qquad (3.6.10)$$

Այն ընդունում է $[-1;1]$ միջակայքում եղած ցանկացած արժեքները:

Սպիրմենի, Կենդալլի ռանգային կոռելյացիայի գործակիցների և կոնկորդացիայի գործակցի առավելությունը կայանում է նրանում, որ դրանց օգնությամբ կարելի է չափակցել և գնահատել ոչ միայն քանակական, այլև որակական (ատրիբուտիվային) հատկանիշների միջև եղած կապերը, որոնք ենթակա են ռանգավորման (ранжированию).

Թեմա 4.

ԺԱՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՇԱՐՔԵՐԸ ԷԿՈՆՈՄԵՏՐԻԿ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՒՄ

4.1. Դինամիկայի շարքի կոմպոնենտները: Դինամիկայի շարքի ադդիտիվ և մուլտիպլիկատիվ մոդելները:

4.2. Տրենդային կոմպոնենտի տեսակները և տենդենցի առկայության մասին հիպոթեզի ստուգումը: Ֆոստեր-Ստյուարտի մեթոդը:

4.3. Հիմնական միտումի (տրենդի) վերլուծության մեթոդները դինամիկայի շարքերում:

4.4. Պարբերական (պերիոդիկ) կոմպոնենտի բացահայտման մեթոդները: Սեզոնային տատանումների մոդելները:

4.5. Կապային (связные) դինամիկ շարքերի ռեգրեսիոն վերլուծություն: Ավտոկոռելյացիա: Դարբին-Ուոտսոնի չափանիշը:

4.6. Դինամիկայի շարքերի կոռելյացիան:

4.7. Կանխատեսումների (պրոգնոզավորման) և ինտերպոլյացիայի տարրերը:

4.1. Դինամիկայի շարքի կոմպոնենտները: Դինամիկայի շարքի ադդիտիվ և մուլտիպլիկատիվ մոդելները:

Դինամիկայի շարքը կարող է ենթարկված լինել էվոլյուցիոն և օսցիլյատիվ բնույթի գործոնների ազդեցության, ինչպես նաև գտնվել տարբեր գործոնների ներազդեցության տակ:

Էվոլյուցիոն բնույթի ազդեցությունները այն փոփոխություններն են, որոնք որոշում են զարգացման ընդհանուր ուղղությունը, բազմամյա էվոլյուցիան, որը իր համար ճանապարհ է բացում ուրիշ (այլ) սիստեմատիկ և պատահական տատանումների միջոցով: Դինամիկ շարքի այդպիսի փոփոխությունները կոչվում են **զարգացման տենդենց (միտում) կամ տրենդ:**

Օսցիլյատիվ բնույթի ազդեցությունները **ցիկլային (կոնյունկտուրային) և սեզոնային տատանումներն են**: Ցիկլային (կամ պարբերական) են այն առումով, որ ուսումնասիրվող հատկանիշի նշանակությունը մի ինչ-որ ժամանակի ընթացքում աճում է, հասնում է որոշակի մաքսիմումի, իսկ հետո նվազում է, հասնելով որոշակի մինիմումի, հետո նորից աճում է մինչ նախկին նշանակությունը և այդպես շարունակ: Այլ կերպ ցիկլային տատանումները սխեմատիկորեն կարելի է ներկայացնել $Y = \sin t$ սինուսոիդի տեսքով: Ցիկլային տատանումները տնտեսական գործընթացներում մոտավորապես համապատասխանում են այսպես կոչված կոնյունկտուրայի ցիկլերին: Սեզոնային տատանումները այն տատանումներն են, որոնք պարբերաբար կրկնվում են յուրաքանչյուր տարվա, ամսվա կամ օրվա ժամերի որոշակի սահմանված պահին (ժամանակ): Այդ փոփոխությունները հստակ կերպով նկատվում են շատ դինամիկ շարքերի գրաֆիկներում, որոնք ունեն ոչ պակաս, քան մեկ տարվա վերաբերյալ տվյալներ:

Այժմ ուսումնասիրենք **ոչ ռեգուլյար (կանոնավոր) տատանումները,** որոնք սոցիալ-տնտեսական երևույթների համար կարելի է ստորաբաժանել երկու խմբի.

ա/ միանգամից (հանկարծակի) սկսվող փոփոխություններ, որոնք հետևանք են, օրինակ, պատերազմների կամ էկոլոգիական աղետների;

բ/ պատահական տատանումներ, որոնք մեծաքանակ, համեմատաբար թույլ, երկրորդական նշանակություն ունեցող գործոնների գործողության արդյունք են:

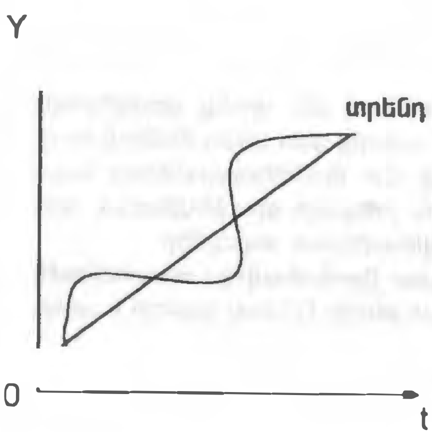
Հետևաբար, դինամիկայի շարքի սկզբնական նշանակությունները ենթարկվում են ամենատարբեր փոխազդեցությունների: Այժմ առանձնացնենք նրա հիմնական չորս կոմպոնենտները. հիմնական տենդենցը (տրենդը) (T), ցիկլային կամ կոնյունկտուրային (K), սեզոնային (S), պատահական (E) տատանումները: Եթե դինամիկայի շարքը տրոհենք ըստ առանձին կոմպոնենտների, ապա այն կարտահայտվի հետևյալ տեսքով`

$$Y = f(T, K, S, E):$$

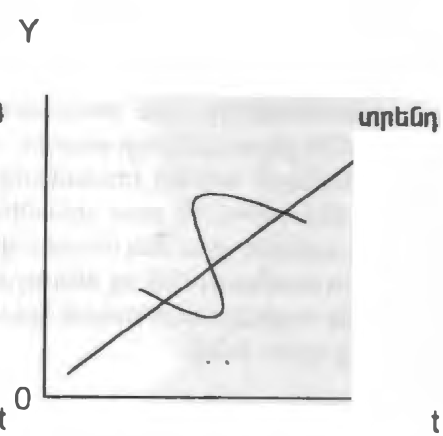
Ելնելով նրանց իրար հետ ունեցած փոխկախվածությունից հնարավոր է կառուցել դինամիկայի շարքի ադդիտիվ կամ էլ մուլտիպլիկատիվ մոդել:

$Y = T + K + S + E$ դինամիկայի շարքի ադդիտիվ մոդելը բնութագրվում է գլխավորապես այն բանով, որ ցիկլային և սեզոնային տատանումների (ֆլյուկտուացիաների) բնույթը մնում է անփոփոխ (կայուն, մշտական) (տես.գծապատկեր 4.1):

$Y = T \cdot K \cdot S \cdot E$ դինամիկայի շարքի մուլտիպլիկատիվ մոդելն է: Այս մոդելում ցիկլային և սեզոնային ֆլյուկտուացիաների բնույթը մնում է կայուն (անփոփոխ) միայն տրենդի նկատմամբ (տես. գծապատկեր 4.2):



Գծապատկեր 4.1.
դինամիկայի շարքի տարբեր բաղկացուցիչների համադրումը ադդիտիվ կապի դեպքում:



Գծապատկեր 4.2.
դինամիկայի շարքի տարբեր բաղկացուցիչների համադրումը մուլտիպլիկատիվ կապի դեպքում:

4.2. Տրենդային կոմպոնենտի տեսակները և տենդենցի առկայության մասին հիպոթեզի ստուգումը: Ֆոստեր-Ստյուարտի մեթոդը:

Տրենդը - դինամիկայի շարքի երկարաժամկետ (երկարատև) կոմպոնենտն է: Այն բնութագրում է նրա զարգացման հիմնական տենդենցը, ընդ որում մնացած կոմպոնենտները ուսումնասիրվում են միայն որպես նրա որոշման պրոցեդուրայի խանգարողներ: Մի շարք դիտարկված նշանակությունների առկայության դեպքում ժամանակի տարբեր պահերի համար անհրաժեշտ է գտնել համապատասխան տրենդային կորը, որը և կիարթեր մնացած տատանումները (շեղումները):

Դինամիկայի սոցիալ-տնտեսական շարքերում հանդիպում են տենդենցների (միտումների) երեք տեսակ.

միջին մակարդակի, դիսպերսիայի, ավտոկոռելյացիայի:

Միջին մակարդակի տենդենցը անալիտիկորեն արտահայտվում է մաթեմատիկական ֆունկցիայի օգնությամբ, որի շուրջը տատանվում են (վարիացվում են) ուսումնասիրվող երևույթի փաստացի մակարդակները: Այդ դեպքում տրենդի նշանակությունները ժամանակի առանձին պահերին կհանդիսանան դինամիկայի շարքի մաթեմատիկական սպասումները: Հաճախ միջին մակարդակի տենդենցը կոչվում է ուսումնասիրվող հատկանիշի դետերմինացված բաղկացուցիչ, և համապատասխան դինամիկայի շարքը արտահայտվում է հետևյալ հավասարմամբ.

$$Y_t = f_t + e_t \qquad (4.2.1)$$

Դիսպերսիայի տենդենցը իրենից ներկայացնում է շարքի էմպերիկ մակարդակների և դետերմինացված կոմպոնենտի միջև շեղումների փոփոխության տենդենցը:

Ավտոկոռելյացիայի տենդենցը իրենից ներկայացնում է դինամիկայի շարքի առանձին մակարդակների միջև եղած կապի փոփոխության միտումը (տենդենցը): Գրաֆիկորեն այդ փոփոխությունը չի նկատվում:

Սակայն, մինչև տրենդին անցնելը, հարկավոր է ստուգել հիպոթեզը այն մասին, թե գոյություն ունի այն ընդհանրապես: Հիմնական միտման (տրենդի, տենդենցի) բացակայությունը նշանակում է շարքի միջին մակարդակի անփոփոխությունը (կայուն մնալը) ժամանակի ընթացքում (ժամանակի մեջ):

Ներկայումս գոյություն ունեն տրենդի առկայության ստուգման համար բազմաթիվ չափանիշներ, որոնք միմյանցից տարբերվում են ինչպես հզորությամբ, այնպես էլ մաթեմատիկական ապարատի բարդությամբ: Ուսումնասիրենք դրանցից երկուսը. միևնույն շարքի 2 տարբեր մասերի միջինների տարբերության ստուգման վրա հիմնված մեթոդը և Ֆոստեր-Ստյուարտի մեթոդը:

Միջինների տարբերության էականության ստուգում: Դինամիկայի շարքը բաժանվում է, կիսվում է երկու միմյանց հավասար կամ մոտավորապես հավասար մասերի: Ստուգվում է միջինների տարբերության էականության մասին հիպոթեզը՝

$$H_0 \div \overline{Y}_1 = \overline{Y}_2 :$$

Օգտվենք փոքր ընտրանքի համար մշակված ստուգման մեթոդից, քանի որ վերլուծության ենթարկվող շարքի անդամների թիվը, որպես կանոն, բավականին աննշան է: Ստուգման համար որպես հիմք է վերցվում Ստյուդենտի $t\alpha$ -չափանիշը:

Եթե $t \ge t\alpha$, տրենդի բացակայության մասին հիպոթեզը ժխտվում է, իսկ եթե $t < t\alpha$ H_0 հիպոթեզը ընդունվում է: Այստեղ t-ն վերլուծության ենթակա տվյալների համար գտնված հաշվարկային նշանակություններն են, $t\alpha$ -ն՝ այդ չափանիշի աղյուսակային նշանակությունն է α -ին հավասար սխալի հավանականության մակարդակի դեպքում: Երկու ուսումնասիրվող համակցությունների դիսպերսիաների հավասարության կամ էլ աննշան տարբերության դեպքում $(\sigma_1^2 = \sigma_2^2)$ հաշվարկվում է միջինների հարաբերությունը ներքոհիշյալ բանաձևի օգնությամբ.

$$t = \frac{y_1 - y_2}{\sigma \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}; \qquad (4.2.1)$$

որտեղ՝ $\overline{y}_1$ -ը և $\overline{y}_2$ -ը - դինամիկայի շարքի առաջին և երկրորդ կեսերի համար հաշվարկված միջիններն են;

n_1-ը և n_2-ը – շարքի այդ մասերում դիտարկումների թիվն է;

σ -ն- միջինների տարբերության շեղման միջին քառակուսայինն է:

$t\alpha$ -ի նշանակությունը վերցվում է $n_1 + n_2 - 2$ -ին հավասար ազատության աստիճանների թվով: σ -ի անհրաժեշտ նշանակությունը կարելի է որոշել առանձին համակցությունների դիսպերսիաների կշռված միջին մեծության հիման վրա.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(n_1-1)^2 \cdot \sigma_1^2 + (n_2-1)^2 \sigma_2^2}{n_1+n_2-2}} \qquad (4.2.2)$$

Դինամիկայի շարքի առաջին և երկրորդ մասերի σ_1^2 և σ_2^2 դիսպերսիաների գնահատման ժամանակ ազատության աստիճանների թիվը վերցնենք հավասար.

n_1-1 և n_2-1, համապատասխանաբար

$$\sigma^2_i = \frac{\sum(y_i - \overline{y}_i)^2}{n-1}; i = 1,2,\ldots\ldots n:$$

Դիսպերսիաների հավասարության մասին հիպոթեզի ստուգումը իրականացվում է F- չափանիշի միջոցով, որը հիմնված է հաշվարկային հարաբերության աղյուսակայինի հետ համեմատության վրա.

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}; \qquad (4.2.3)$$

որտեղ՝ $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$:

Եթե F-ի հաշվարկային նշանակությունը տվյալ հավանականության դեպքում փոքր է, քան աղյուսակայինը, ապա հիպոթեզը դիսպերսիաների հավասարության մասին կարելի է ընդունել: Իսկ եթե F-ը ավելի մեծ է, քան աղյուսակային նշանակությունը, ապա հիպոթեզը դիսպերսիաների հավասարության մասին ժխտվում է և (4.2.1) բանաձևը միջինների տարբերության փորձարկման համար չի կարող կիրառվել:

Հարկավոր է նշել, որ տվյալ մեթոդը տալիս է բավականաչափ ընդունելի արդյունքներ միայն մոնոտոն տենդենց ունեցող շարքերի դեպքում: Իսկ եթե դինամիկայի շարքը փոխում է զարգացման ընդհանուր ուղղությունը, ապա տենդենցի շրջադարձի կետը շատ մոտ է ստացվում շարքի միջինի հետ, այդ իսկ պատճառով էլ երկու կտորների միջինները միմյանց մոտիկ կստացվեն, իսկ ստուգումը կարող է ցույց չտալ տենդենցի առկայությունը:

Ֆոստեր - Ստյուարտի մեթոդը բացի տենդենցի առկայության սահմանումից (որոշումից) հնարավորություն է տալիս բացահայտել դինամիկայի շարքի մակարդակների դիսպերսիայի տրենդը, որը շատ կարևոր է գիտենալ տնտեսական երևույթների վերլուծության և կանխատեսման դեպքում:

Հաշվարկը բաղկացած է հետևյալ փուլերից

1. շարքի յուրաքանչյուր մակարդակ համեմատվում է մնացած բոլոր նախորդ մակարդակների հետ, ընդ որում՝

եթե $Y_i > Y_{i-1}, Y_{i-2}, ..., Y_1$; ապա $Ui = 1; e_i = 0$;

իսկ եթե $Y_i < Y_{i-1}, Y_{i-2}, ..., Y_1$; ապա $U_i = 0$; $e_i = 1$;

2. Հաշվարկվում են S և d նշանակությունները,

$$S = \sum_{i=2}^{n} Si; d = \sum_{l=x}^{n} di; \qquad (4.2.4)$$

որտեղ՝

$S_i = U_i + e_i$;

$d_i = U_i - e_i$.

Վերլուծելով (4.2.4) բանաձևը, դժվար չէ նկատել, որ S-ի մեծությունը կարող է ընդունել $0 \le S \le n-1$ նշանակությունները, ընդ որում S=0, երբ շարքի բոլոր մակարդակները հավասար են միմյանց, և S=n-1, երբ դինամիկայի շարքը մոնոտոն կերպով նվազում է կամ աճում է: S ցուցանիշը բնութագրում է դինամիկայի շարքի դիսպերսիայի փոփոխության տենդենցը:

d ցուցանիշի ստորին մակարդակը հավասար է (n-1), իսկ վերինը (n+1): Առաջին դեպքում շարքը մոնոտոն կերպով նվազող է համարվում,՝ իսկ երկրորդ դեպքում՝ մոնոտոն աճող: Բացի այդ, d-ն կարող է հավասար լինել զրոյի, եթե.

- շարքի բոլոր մակարդակները հավասար են միմյանց; այդ դեպքում $\sum Ui = \sum e_i$: Նվյալ պայմանը տեղի ունի այն շարքի համար, որը առաջին կեսում մոնոտոն կերպով նվազում է, իսկ, երկրորդում՝ մոնոտոն աճում),
- շարքի աճման կամ նվազման մակարդակները հաջորդում են միմյանց, ընդ որում աճման (կամ նվազման) մակարդակի յուրաքանչյուր հաջորդ նշանակություն պետք է մեծ (կամ փոքր) լինի մնացած բոլոր հաջորդներից:

Վերը նշված դեպքերը, երբ d=0, իրենցից ներկայացնում են միայն տեսական հետաքրքրություն և դրանց կիրառման հավանականությունը գործնական հաշվարկների կատարման ժամանակ ծայրահեղ աննշան է:

S և d երկու ցուցանիշներն էլ ասիմպտոտետիկորեն նորմալ են և ունեն անկախ բաշխումներ:

3. Ստյուդենտի t- չափանիշի միջոցով ստուգվում է հիպոթեզը այն մասին, որ կարելի է արդյո՞ք պատահական համարել $S-\mu$ և d-0 տարբերությունները:

$$t_s = \frac{S-\mu}{\sigma_1}; t_d = \frac{d-0}{\sigma_2}; \qquad (4.2.5)$$

որտեղ՝ μ -ն՝ S մեծության միջին նշանակությունն է որոշված այն շարքի համար, որում մակարդակները դասավորված են պատահական կերպով,

σ_1 -ը՝ S մեծության ստանդարտ սխալն է,

σ_2 -ը՝ d մեծության ստանդարտ սխալն է.

μ, σ_1 և σ_2 մեծությունների նշանակությունները աղյուսակավորված են և բերված են ներքոհիշյալ 4.2.1. աղյուսակում:

4. t_s և t_d հաշվարկային նշանակությունները համեմատվում են աղյուսակայինի հետ նշանակելիության տրված մակարդակի դեպքում: Եթե $t_s < t_{табл}$ և $t_d < t_{табл}$, ապա միջինի և դեսպերսիայի մեջ տրենդի բացակայության մասին հիպոթեզը հաստատվում է:

Աղյուսակ 4.2.1.

μ միջինի և σ_1 և σ_2 ստանդարտ սխալների նշանակությունները 10-ից մինչև 55* n-ի համար

n	μ	σ_1	σ_2
10	3.858	1.288	1.964
15	4.636	1.521	2.153
20	5.195	1.677	2.279
25	5.632	1.791	2.373
30	5.990	1.882	2.447
35	6.294	1.956	2.509
40	6.557	2:019	2.561
45	6.790	2.072	2.606
50	6.998	2.121	2.645
55	7.187	2.163	2.681

* տես. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. - М.: Статистика, 1975 - с. 19.

4.3.Հիմնական միտումի (տրենդի) վերլուծության մեթոդները դինամիկայի շարքերում

Այն բանից հետո, երբ արդեն դինամիկայի շարքում հաստատվել և սահմանվել է տենդենցի առկայությունը, կատարվում է նրա նկարագրում (բնութագրում) հարթեցման մեթոդների օգնությամբ: Վերջիններս բաժանվում են 2 հիմնական խմբերի.

1. դինամիկայի շարքի առանձին անդամների հարթեցում կամ մեխանիկական հավասարեցում հարակից (հարևան) մակարդակների փաստացի նշանակությունների կիրառմամբ,
2. հարթեցում կորի կիրառմամբ, որը կոնկրետ մակարդակների միջով անց է կացվել այնպես, որ այն արտացոլի շարքին հատուկ տենդենցը և միաժամանակ նրան ազատի աննշան տատանումներից:

Ուսումնասիրենք դրանք առանձին-առանձին:

Միջինացման մեթոդը ըստ ձախ և աջ կեսի: Դինամիկայի շարքը բաժանում են երկու մասի, դրանցից յուրաքանչյուրի համար գտնում են միջին թվաբանականը և գրաֆիկի վրա ստացված կետերի հիման վրա տանում են տրենդի գիծը:

Միջակայքերի խոշորացման մեթոդը: Եթե տնտեսական ցուցանիշների մակարդակները ուսումնասիրենք ժամանակի կարճատև հատվածներում, ապա տարբեր ուղղություններով գործող բազմաթիվ գործոնների ազդեցության հետևանքով դինամիկայի շարքերում նկատվում են այդ մակարդակների իջեցում կամ բարձրացում:Վերջինս խանգարում է տեսնել ուսումնասիրվող երևույթի հիմնական տենդենցը: Այդ իսկ պատճառով էլ տրենդը ավելի ակնառու պատկերացնելու համար կիրառվում է միջակայքերի խոշորացման մեթոդը, որը հիմնված է այն ժամանակաընթացքների խոշորացման վրա, որին վերաբերում են շարքի մակարդակները: Օրինակ, արտադրանքի օրական թողարկման շարքը փոխարինվում է արտադրանքի ամսական թողարկման շարքով:

Պարզ սահող միջինի մեթոդը: Դինամիկայի շարքի հարթեցումը սահող միջինի օգնությամբ կայանում է նրանում, որ շարքի առաջին հերթական մակարդակների որոշակի թվից առանձնացվում է մեկ միջին մակարդակ, հետո նույնաքանակ մակարդակների միջին` սկսած երկրորդից, հետո երրորդից և այդպես շարունակ: Այնպես է ստացվում, որ միջին մակարդակները հաշվարկելիս դրանք կարծես «սահում են» դինամիկայի շարքի սկզբից մինչև վերջը, ամեն անգամ դուրս գցելով (հանելով) մեկ մակարդակ սկզբում և ավելացնելով ևս հաջորդ մեկը, այստեղից էլ ստացել է սահող միջին անվանումը:

Սահող միջինի յուրաքանչյուր օղակ համապատասխան ժամանակահատվածի միջին մակարդակն է, որը վերաբերում է ընտրված շարքի կենտրոնին:

Յուրաքանչյուր կոնկրետ ($y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$) դինամիկայի շարքի համար սահող միջինի հաշվարկման ալգորիթմը հետևյալն է.

1. Որոշել հարթեցվող միջակայքը, այսինքն` նրանում ընդգրկված մակարդակների թիվը $m(m<n)$ կիրառելով հետևյալ կարգը. եթե անհրաժեշտ է հարթել մանր, անկանոն տատանումները, ապա հարթեցման միջակայքը վերցնում են մեծ, և ընդհակառակը, հարթեցման միջակայքը փոքրացնում են, երբ անհրաժեշտ է պահպանել առավել մանր ալիքները և ազատվել պարբերաբար կրկնվող տատանումներից, որոնք առաջացել են օրինակ, մակարդակների ավտոկոռելյացիայի հետևանքով:
2. Հարթեցվող միջակայքը ձևավորող մակարդակների համար հաշվարկել միջին նշանակությունը, որը միաժամանակ հանդիսանում է մակարդակի հարթեցված նշանակությունը, այն գտնվում է հարթեցվող միջակայքի կենտրոնում, այն պայմանով, որ m-ը կենտ թիվ է, ներքոհիշյալ բանաձևերից որևէ մեկով.

$$Y_t = \frac{\sum_{i=t-p}^{t+p} Y_i}{m} \quad \text{կամ էլ} \quad \overline{Y}_t = \overline{Y}_{t-1} + \frac{Y_{t+p} - Y_{t-p-1}}{m} \qquad (4.3.1.)$$

որտեղ` $Y_i$ -ն` i- երորդ մակարդակի փաստացի նշանակությունն է;

m – ը` հարթեցվող միջակայքի մեջ ներառված մակարդակների թիվն է ($m=2p+1$);

Y_i -ն` - դինամիկայի շարքի ընթացիկ մակարդակն է;

i-ն` – հարթեցվող միջակայքում եղած մակարդակի հերթական համարն է;

p-ն`- m-ի կենտ թվի դեպքում հավասար է.

$$P = (m-1)/2$$

Սահող միջինի որոշումը զույգ թվով անդամ պարունակող դինամիկայի շարքի համար քիչ ավելի բարդ է, քանի որ միջինը կարող է պատկանել (վերագրվել) հարթեցվող միջակայքի կենտրոնում գտնվող երկու տվյալների մեջտեղում:

Եթե սահող միջինի անդամների թիվը նշանակենք 2m-ով, ապա կենտրոնականը կլինի m+1/2 շարքի անդամին վերաբերող մակարդակը, այսինքն տեղի ունի տվյալ մակարդակին վերաբերող ժամանակաընթացքի տեղաշարժ: Օրինակ, չորս անդամի համար գտնված միջինը կվերաբերի II և III ժամանակաընթացքների մեջտեղին, հաջորդ միջինը III-ի և IV-ի մեջտեղին և այդպես շարունակ: Որպեսզի վերացնեն այդ տեղաշարժը, կիրառում են, այսպես կոչված, կենտրոնացվածության (центрирование) եղանակը: Այն իրենից ներկայացնում է երկու հարակից սահող միջինների միջինի հաշվարկը ստացված մակարդակը որոշակի ամսաթվին վերագրելու նպատակով:

3. Հարթեցվող միջակայքը տեղաշարժել դեպի աջ մեկ կետով, այնուհետև (4.3.1) բանաձևով հաշվարկել t+1 անդամի համար հարթեցված նշանակությունը, նորից տեղաշարժ կատարել և այդպես շարունակ: Բերված իտերատիվ ընթացակարգի հաջորդական կիրառման արդյունքում ստացվում են n-(m-1) նոր հարթեցված մակարդակներ:

Շարքի առաջին և վերջին P անդամները տվյալ ալգորիթմի օգնությամբ չի կարելի հարթեցնել, քանի որ դրանց նշանակությունները կորչում են:

Պարզ սահող միջինի մեթոդը ամբողջությամբ կիրառելի է (մատչելի է), եթե դինամիկայի շարքի գրաֆիկական արտապատկերումը նման է ուղիղ գծի: Տվյալ դեպքում չի խեղաթյուրվում ուսումնասիրվող երևույթի դինամիկան: Սակայն եթե հարթեցվող շարքի տրենդը ունի կորություններ և միևնույն ժամանակ ցանկալի է պահպանել մանր ալիքները, շարքի հարթեցման համար կիրառել տվյալ մեթոդը նպատակահարմար չէ, քանի որ պարզ սահող միջինը կարող է բերել ուսումնասիրվող պրոցեսի նշանակալի խեղաթյուրումների: Այդպիսի դեպքերում ավելի հուսալի է կշռված սահող միջինի կիրառումը: v

✓ <u>Կշռված սահող միջինի մեթոդը:</u> Կշռված սահող միջինը տարբերվում է պարզ սահող միջինից նրանով, որ միջինացվող միջակայքում գտնվող մակարդակները գումարվում են տարբեր կշիռներով: Դա կապված է այն բանի հետ, որ հարթեցվող դինամիկայի շարքի ապրոքսիմացիան հարթեցնող միջակայքի սահմաններում իրականացվում է ըստ պոլինոմի հաշվարկված մակարդակների կիրառմամբ $\overline{Y}_i = a_0 + a_1 \cdot i + a_2 \cdot i^2 + \ldots\ldots$ (այստեղ i-ն հարթեցվող միջակայքում մակարդակի հերթական համարն է): Առաջին կարգի պոլինոմը $\overline{Y}i = a_0 + a_1 \cdot i$ իրենից ներկայացնում է ուղիղ գծի հավասարումը, հետևաբար պարզ սահող միջինի մեթոդը հանդիսանում է կշռված սահող միջինի մասնավոր դեպքը: Պոլինոմների գործակիցները գտնում են փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով:

Հարթեցման առաջին փուլում որոշվում է հարթեցվող միջակայքը և ապրոքսիմացվող պոլինոմի՝ պարաբոլի կարգը: Ենթադրվում է, որ բարձրաստիճանային պոլինոմների կիրառման ժամանակ և միջակայքերի փոքր չափերի դեպքում դինամիկայի շարքի հարթեցումը ավելի «ճկուն» կլինի:

Պարաբոլի կենտրոնական օրդինատը ընդունվում է որպես համապատասխան փաստացի մակարդակի հարթեցված նշանակություն: Քանի որ ժամանակի դուրս բերումը հարթեցվող միջակայքի սահմաններում կատարվում է նրա կենտրոնից սկսած, այսինքն $(t = i)i = \ldots\ldots\ldots,-2,-1\ ,0,1,2,\ldots\ldots,$ ապա մակարդակի հարթեցված նշանակությունը հավասար է ընտրված պարաբոլի a_0 պարամետրին և հանդիսանում է համապատասխան սահող միջինը: Այդ իսկ պատճառով էլ հարթեցման համար անպայման չէ դիմել պարաբոլների համակարգի ընտրման պրոցեդուրային, քանի որ a_0 մեծությունը կարելի է ստանալ որպես m մակարդակների կշռված միջին:

Օրինակ, եթե հարթեցվող միջակայքում ընդգրկված են շարքի հինգ հաջորդական մակարդակներ ըստ ժամանակի մեկ քայլ տեղաշարժով, իսկ հարթեցումը կատարվում է երկրորդ կարգի պոլինոմով, ապա պոլինոմի գործակիցները գտնում են հետևյալ պայմաններից ելնելով.

$$\sum_{i=1}^{\sigma}\left(Y - a_0 - a_1 \cdot i - a_2 \cdot i^2\right) \rightarrow \min$$

Հաշվի առնելով, որ կենտերի համար $K\sum_i^k = 0$ կգանք հետևյալ համակարգին

$$\begin{cases} \sum y - 5a_0 - a_2\sum i^2 = 0; \\ \sum yi - a_1\sum i^2 = 0; \\ \sum yi^2 - a_0\sum i^2 - a_2\sum i^4 = 0 \end{cases}$$

a_0-ն հաշվարկելու համար հարկավոր է գտնել $\sum_{-p}^{p} i^2$ և $\sum_{-p}^{p} i^4$ նշանակությունները:

Քանի որ հարթեցվող միջակայքը հավասար է m=5; ապա

$\sum_{p}^{p} i^2 = 10$ և $\sum_{-p}^{p} i^4 = 34$

a_0 և a_2 որոշող նորմալ հավասարումները տվյալ դեպքում գրառվում են այսպես.

$$5a_0 + 10a_2 = \sum_{-p}^{p} yi;$$

$$10a_0 + 34a_2 = \sum_{-p}^{p} y \cdot i^2 :$$

Այդ համակարգի լուծումը ըստ a_0 –ի կարելի է ներկայացնել այսպես.

$$a_0 = \frac{34\sum y - 10\sum y^2}{5 \cdot 34 - 10^2} = \frac{17\sum y - 5\sum yi^2}{35} \quad \frac{1}{35}\left(-3y_{t-2} + 12_{yt-1} + 17y_t + 12y_{t+1} - 3y_{t+2}\right):$$

(4.3.2.)

Նմանատիպ ձևով կգտնենք արտահայտությունները նաև մնացած հարթեցվող միջակայքերի համար ըստ II և III կարգի պարաբոլի: Այսպես օրինակ,

$$\begin{cases} m = 7; y_t = \frac{}{21}\left(-27_{t-3.} + 3y_{t-2} + 6y_{t-1} + 7y_t + 6y_{t+1} + 3y_{t+2} - 2y_{t+3}\right) \\ m = 9; y_t = \frac{1}{231}\left(-21y_{t-4} + 14y_{t-3} + 39y_{t-2} + 5y_{t-1} + 59y_t + 54y_{t+1} + 39y_{t+2}\right. \end{cases}$$

Համաձայն բերված բանաձևերի, կշիռները սիմետրիկ են կենտրոնական մակարդակի (y_t) նկատմամբ, և դրանց գումարը հաշվի առած ընդհանուր բազմապատկիչը, բերված փակագծերից դուրս, հավասար է մեկի:

Սոցիալ-տնտեսական երևույթների զարգացումը ըստ ժամանակի արտացոլող տրենդի հավասարման ընտրումը:

Երևույթների ըստ ժամանակի զարգացման հիմնական տենդենցը արտացոլելու (արտահայտելու) համար կիրառվում են տարբեր հավասարումներ, տարբեր աստիճանների պոլինոմներ, էքսպոնենտներ, լոգիստիկական (логистические) կորեր և ուրիշ ֆունկցիաներ :

Պոլինոմները ունեն հետևյալ տեսքը.

* առաջին աստիճանի պոլինոմ $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$

* երկրորդ աստիճանի պոլինոմ $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$,

* երրորդ աստիճանի պոլինոմ $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$;

* n-երորդ աստիճանի պոլինոմ $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \ldots + a_n t^n$

որտեղ՝ $a_0, a_1, a_2, \ldots\ldots a_n$ –ը՝պոլինոմների պարամետրերն են;
t-ն՝ ժամանակի պայմանական նշանակումն է:

Վիճակագրության պրակտիկայում ոչ բարձր աստիճանի պոլինոմների պարամետրերը երբեմն ունենում են դինամիկայի շարքի բնութագրիչների կոնկրետ մեկնաբանություն: Այսպես, օրինակ, a_0 պարամետրը մեկնաբանվում է որպես դինամիկայի շարքի միջին պայմանների բնութագրիչ, իսկ a_1, a_2 և a_3 պարամետրերը՝ արագացման փոփոխություն:

Վիճակագրության մեջ մշակված է զարգացման մոդելի պոլինոմի աստիճանի ընտրության կարգ,որը հիմնված է դինամիկայի շարքերի մակարդակների վերջնական տարբերությունների որոշման վրա: Համաձայն դրա, առաջին աստիճանի պոլինոմը (ուղիղը) կիրառվում է որպես մոդել այնպիսի դինամիկայի շարքի համար, որի առաջին տարբերությունները (բացարձակ հավելաճերը) կայուն են, երկրորդ աստիճանի պոլինոմները կիրառվում են կայուն երկրորդ տարբերություններ (արագացումներ) ունեցող դինամիկայի շարքի արտացոլման համար, երրորդ աստիճանի պոլինոմները՝ կայուն երրորդ տարբերություններ ունեցող շարքերի համար և այլն:

Պոլինոմալ մոդելների համար բնութագրական է ուղիղ կապի բացակայությունը բացարձակ հավելաճերի և դինամիկայի շարքի մակարդակների հավելաճերի միջև:

Երևույթի աճման պրոցեսը արտացոլող ենթադրվող ֆունկցիա կարող է լինել և՝ $Y_t = a_0 a_1^{\,t}$ կամ էլ $Y_t = a_0 \cdot (a_1)^{b_1 t + b_2 t}$ էքսպոնենտը: էքսպոնենտները բնութագրում են այն հավելաճը, որը կախված է ֆունկցիայի հիմքի մեծությունից:

Առանձին հավասարումներ արտացոլում են դինամիկայի տարբեր տիպերը: Պրոցեսի մոնոտոն աճը կամ նվազումը բնութագրում են հետևյալ ֆունկցիաները. 1) գծային, 2) պարաբոլային, 3) աստիճանային, 4) պարզ էքսպոնենցիալ (ցուցային) և նրանից ածանցված լոգարիթմային գծային, 5) բարդ էքսպոնենցիալ և նրանից ածանցված լոգարիթմային պարաբոլ, 6) հիպերբոլային (հիմնականում նվազող պրոցեսների), 7) դրանց տեսակների կոմբինացիան:

Այնպիսի դինամիկայի շարքերի մոդելավորման համար,որոնք շարքի սկզբում ցուցաբերում են արագ զարգացում և նրա վերջում՝ զարգացման ավարտ, այսինքն, այնպիսի շարքերի համար, որոնք բնութագրվում են որոշակի սահմանային մեծության ձգտմամբ, կիրառվում են լոգիստիկական ֆունկցիաներ: Վերջիններս հաճախ արտահայտվում են հետևյալ տեսքով.

$$Y_t = \frac{K}{1+C^{-a_0 t}} \quad \text{կամ՝} \quad \overline{Y}_t = \frac{K}{1+10^{a_0+a_1 t}}$$

; որտեղ՝ C-ն՝ բնական լոգարիթմի հիմքն է:

Լոգիստիկ կորը սիմետրիկ է գերածռման (перегиб) կետի նկատմամբ և $t=-\infty$ դեպքում ձգտում է զրոյի, իսկ $t=+\infty$ դեպքում՝ որոշ կայուն (մշտական) մեծության, որին կորը ասիմպտոտետիկ կերպով մոտենում է: Եթե գտնենք Y_t երկրորդ ածանցյալը ըստ t-ի և հավասարեցնենք այն զրոյի, ապա այն լոգիստիկ կորի համար, որը արտահայտվում է կորի գերածռման (перегиб) կետի տեղափոխման (գտնվելու) միջոցով, $t=\lg a_1 \div a_0; \overline{Y}_t = n \div 2$:

Էքստրեմալ (ծայրագույն) նշանակությունների առկայությամբ բնութագրվող պրոցեսների տիպը նկարագրվում է Հոմպերցի կորով, որը ունի հետևյալ հավասարումը.

$$\overline{Y}_t = K \cdot (a_0)^{a_1 t}$$

Հնարավոր են այդ կորի չորս տարբերակներ: Տնտեսագետների համար առավել նշանակություն ունի այն կորը, որի մոտ $\lg a_0 < 0$ և $a_1 < 1$: Այդպիսի կորի մակարդակի զարգացումը ունի հետևյալ փուլերը: Եթե $\lg a_0$ -ի բացասական նշանակության դեպքում a_1 գործակիցը փոքր է մեկից, ապա առաջին փուլում կորի հավելաճը աննշան է: Այն դանդաղորեն մեծանում է t-ի աճմանն համընթաց, սակայն հաջորդ փուլում հավելաճը ավելի արագ է մեծանում, իսկ այնուհետև գերածռման (перегиб) կետից հետո, այն սկսում է փոքրանալ և ասիմպտոտի գծին մոտենալուց կորի հավելաճը կրկին աննշան է դառնում: Լոգարիթմելով Հոմպերցի ֆունկցիան $\lg \overline{Y}_t = \lg K + \lg a_0 \cdot a_1^{t}$, կստանանք մոդիֆի-

կացված էքսպոնենտը: Վերջինիս մեջ ներմուծելով Y_t -ին հակադարձ մեծություն, կստանանք լոգիստիկական կորը: Հետևաբար, լոգիստիկ կորը նման է Հորպերցի կորին: Նրանց տարբերությունը կայանում է հետևյալում. Հոմպերցի կորի առաջին տարբերությունների ըստ ժամանակի փոփոխությունը ասիմետրիկ է, իսկ լոգիստիկական կորի մոտ ըստ ժամանակի դրանց փոփոխությունը ունի սիմետրիկ տեսք, որը հիշեցնում է նորմալ բաշխումը:

Հավասարման ընտրության համար կարելի է օգտվել ստանդարտ սխալի բանաձևից.

$$S = \sqrt{\frac{\sum (y_t - \overline{y}_t)^2}{n-p-1}}; \qquad (4.3.3)$$

որտեղ՝ p-ն՝ հավասարման պարամետրերի թիվն է, կամ էլ էմպիրիկ մակարդակների տեսականներից ունեցած շեղումների քառակուսիների փոքրագույն գումարի չափանիշը կիրառելով.

$$S = \sum^{n} (y_t - \overline{y}_t)^2 \to \min :$$

Տրենդի հնարավոր հավասարումների համակցությունից կարելի է ընտրել այն, որին համապատասխանում է նվազագույն նշանակությունը, այսինքն, շեղումների փոքրագույն քառակուսիների չափանիշը, կամ էլ կիրառել ապրոքսիմացիայի միջին սխալի բանաձևը.

$$\varepsilon_t = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \frac{|y_t - \overline{y}_t|}{y_t} \cdot 100 \qquad (4.3.4)$$

Ավելի հաճախ որպես ապրոքսիմացիայի ճշտության չափանիշ վերցնում են մնացորդային դիսպերսիան կամ էլ մնացորդային շեղման միջին քառակուսայինը:

Պոլինոմների պարամետրերի հաշվարկը տարբեր մեթոդներով:

Այն բանից հետո, երբ արդեն պարզաբանված է զարգացման կորի բնույթը, անհրաժեշտ է հաշվարկել նրա պարամետրերը: Պոլինոմով կամ էքսպոնենտով արտահայտված տրենդի հավասարման պարամետրերի որոշման պարզագույն մեթոդ է հանդիսանում հավասարումների համակարգի լուծումը ըստ դինամիկայի շարքի հայտնի մակարդակների, (այն կներկայացնենք թեմայի գործնական աշխատանքների բաժնում՝ ֆիրմայի պատրաստի արտադրանքի դինամիկայի վերաբերյալ խնդրում): Տրենդի այդպիսի մոդելավորման մեջ բացասական կողմերից մեկն է հանդիսանում պարամետրերի բազմաթիվ թվային արտահայտությունները դրանց որոշման տարբեր կետերում:

Հավասարման պարամետրերի որոշման մեկ այլ մեթոդ է՝ *միջին նշանակությունների (գծային շեղումների) մեթոդը,* որի էությունը կայանում է հետևյալում, շարքը բաժանվում է մոտավորապես երկու հավասար մասերի և պահանջվում է, որպեսզի յուրաքանչյուր մասի հարթեցված նշանակությունների գումարը համընկնի փաստացի նշանակությունների գումարին, այսինքն, որպեսզի փաստացի տվյալների՝ հարթեցվածներից եղած շեղումների գումարը հավասար լինի 0-ի:

Ուղիղ գծով հարթեցման դեպքում՝ $Y_t = a_0 + a_1 t$ որտեղ a_0 –ն և a_1 –ը պարամետրերն են, կստանանք.

$$\sum (y - a_0 - a_1 t) = 0, \qquad (4.3.5)$$

որտեղ՝ $na_0 + a_1 \sum t = \sum y$:

Այս պահանջը կիրառելով շարքի յուրաքանչյուր երկու մասերի համար և դինամիկայի շարքի յուրաքանչյուր մասի համար հաշվարկելով $\sum t$ -ն և $\sum y$ -ը, կստանանք երկու անհայտով երկու հավասարում, այդ համակարգը լուծելով կգտնենք a_0 և a_1 պարամետրերը, այսինքն, սկզբնական մակարդակը և շարքի արագությունը; ընդ որում t=1,2,3,4,……n:

Միջին նշանակությունների մեթոդը շատ պարզ է և պահանջում է նվազագույն քանակությամբ հաշվարկներ: Նրա թերությունը կայանում է հետևյալում. կամավոր կերպով շարքը բաժանելով երկու մասի մենք կստանանք տարբեր արդյունքներ:

Դինամիկայի շարքի հարթեցումը վերջնական տարբերությունների մեթոդի օգնությամբ: Դրա էությունը կայանում է հետևյալում.

Ենթադրենք դինամիկայի շարքը (y_t) նկարագրվում է P-երորդ աստիճանի պոլինոմով, որի համար հաշվարկենք առաջին տարբերությունները.

$$\Delta_t^{(1)} = Y_{t+1} - Y_t$$

երկրորդ տարբերությունները՝ $\Delta_t^{(2)} = \Delta^{(1)}_{t+1} - \Delta_t^{(1)}$ և այդպես շարունակ:

P-երորդ տարբերության ընդհանուր բանաձևը կլինի.

$$\Delta_t^{(p)} = Y_p + PY_{p-1} + \frac{p(p-1)}{2!} \cdot Y_{p-2} - \frac{p(p-1)(p-2)}{3!} \cdot Y_{p-3} + \ldots + (-1)^p Y_0 : \qquad (4.3.6)$$

Դինամիկայի շարքի ցանկացած մակարդակ $Yi(i = 0,1,2,3,\ldots\ldots n)$ կարելի է արտահայտել շարքի առաջին մակարդակի (Y_0) և վերջնական տարբերությունների միջոցով.

$$Y_1 = Y_0 + \Delta_0^{(1)}; Y_2 = Y_0 + \Delta_0^{(1)} + \Delta_1^{(1)}; \text{ սակայն, } \quad \Delta_1^{(1)} = \Delta_0^{(1)} + \Delta_0^{(2)};$$

ուրեմն՝

$$Y_2 = Y_0 + 2\Delta_0^{(1)} + \Delta_0^{(2)}; \qquad (4.3.7)$$

Այստեղից կստանանք.

$$\overline{Y}i = Y_0 + t\Delta_0^{(1)} + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta_0^{(2)} + \frac{t(t-1)(t-2)}{3!}\Delta_0^{(3)} + \ldots + \Delta_0^{(t)};$$

Եթե առաջին տարբերությունները հավասար չեն, սակայն մեկը մյուսից տատանվում է աննշան շեղումներով, իսկ երկրորդ տարբերությունների միջին թվաբանականը այնքան փոքր է, որ այն կարելի է անտեսել, ապա առաջին տարբերությունները պրակտիկորեն կարելի է հավասար համարել:

Դինամիկայի շարքի մակարդակների հաշվարկման համար վերջնական բանաձևը հավասար (կամ էլ համարյա հավասար) առաջին տարբերությունների դեպքում կլինի.

$$\overline{Y}_t = \overline{Y} + \overline{\Delta}^{(1)} \cdot t^1 : \qquad (4.3.8)$$

Եթե վերլուծելով երկրորդ տարբերությունները մենք կգանք այն եզրակացության, որ դրանք պրակտիկորեն հավասար են, ապա հաշվարկելով երկրորդ կարգի պարաբոլի գործակիցները, կստանանք դինամիկայի շարքի տրենդը.

$$\overline{Y}_t = \overline{Y} - \frac{n^2-1}{24}\overline{\Delta}^{(2)} + \overline{\Delta}^{(1)} \cdot t^1 + \frac{\overline{\Delta}^{(2)}}{2} \cdot t^2; \qquad (4.3.9)$$

որտեղ՝ $\overline{Y}_t$ -ն՝ դինամիկայի շարքի հարթեցված նշանակությունն է;

$\overline{Y}$ -ը՝ դինամիկայի շարքի միջին մակարդակն է;

$\overline{\Delta}^{(1)}$ -ը՝ առաջին տարբերությունների միջին թվաբանականն է;

$\overline{\Delta}^{(2)}$ -ը՝ երկրորդ տարբերությունների միջին թվաբանականն է;

n -ը՝ մակարդակների թիվն է;

t^1 -ը՝անկախ փոփոխականն է (ժամանակը):

Փոքրագույն քառակուսիների մեթոդը պոլինոմների պարամետրերի հաշվարկման ժամանակ: Այս մեթոդը դինամիկայի շարքերի մոդելավորման ժամանակ կարելի է դիտարկել որպես ուսումնասիրվող երևույթի տրենդը բնութագրող $f(t)$ դետերմինացված կոմպոնենտի գնահատականի ստացման եղանակներից մեկը: Էկոնոմիկայում հաճախ կիրառվում է հետևյալ տեսակի ֆունկցիան.

$$\overline{Y}_t = a_0 + \sum_{i=1} ai \cdot t^i : \qquad (4.3.10)$$

Այստեղից a_0 , a_1, a_2,......, a_p-ն բանաձևերի մեջ գտնում են փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով (ՓՔՄ), որի էությունը մեզ արդեն հայտնի է ռեգրեսիոն վերլուծությունից: Համաձայն այդ մեթոդի, P-երորդ աստիճանի պոլինոմի պարամետրերի հաշվարկման համար անհրաժեշտ է լուծել ներքոհիշյալ նորմալ հավասարումների համակարգը.

$$\left|\begin{array}{l} na_0 + a_1\sum t + a_2\sum t^2 + \ldots + a_p\sum t^p = \sum y \\ a_0\sum t + a_1\sum t^2 + a_2\sum t^3 + \ldots + a_p\sum t^{p+1} = \sum yt; \\ \\ a_0\sum t^p + a_1\sum t^{p+1} + a_2\sum t^{p+2} + \ldots a_p\sum t^{2p} = \sum yt^p; \end{array}\right. \qquad (4.3.11)$$

որտեղ՝ n-ը՝ դինամիկայի շարքի անդամների թիվն է, t=1, 2, ...:

Ոչ բարձրաստիճան պոլինոմների պարամետրերի հաշվարկման համար համակարգերը շատ ավելի պարզ են: Պոլինոմների հաջորդական պարամետրերը նշանակենք a_0 , a_1, a_2,-ով: Այդ դեպքում նորմալ հավասարումների համակարգը ուղիղ գծի ($\overline{Y}t = a_0 + a_1 t$) հավասարման

պարամետրերի գնահատման համար կունենա հետևյալ տեսքը.

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum t = \sum y; \\ a_0\sum t + a_1\sum t^2 = \sum yt; \end{cases} \qquad (4.3.12)$$

Երկրորդ կարգի պարաբոլի $\overline{Y}t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ համար՝

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum t + a_2\sum t^2 = \sum y; \\ a_0\sum t + a_1\sum t^2 + a_2\sum t^3 = \sum yt; \\ a_0\sum t^2 + a_1\sum t^3 + a_2\sum t^4 = \sum yt^2 : \end{cases} \qquad (4.3.13)$$

(4.3.12) համակարգի լուծումը a_0 և a_1 պարամետրերի առումով կունենա հետևյալ տեսքը.

$$\left|\begin{array}{l} a_0 = \dfrac{\sum y \sum t^2 - \sum t \sum yt}{n\sum t^2 - \left(\sum t\right)^2}; \\ a_1 = \dfrac{n\sum yt - \sum y \sum t}{n\sum t^2 - \left(\sum t\right)^2}; \end{array}\right.$$

Նույն սկզբունքով կարելի է լուծել նաև (4.3.13) համակարգը: Պարամետրերի հաշվարկման այս եղանակը շատ աշխատատար է, եթե այն չի կատարվում ԷՀՄ-ով: Սակայն գոյություն ունի նաև պարամետրերի հաշվարկման ավելի պարզեցված եղանակ, որի արդյունքում ժամանակը նկատելիորեն տնտեսվում է: Այն կայանում է հետևյալում. կոորդինատների սկիզբը տեղափոխվում է դինամիկայի շարքի կենտրոն: Այդ դեպքում պարզեցվում են հենց իրենք՝ նորմալ հավասարումները, բացի այդ, փոքրացվում են հաշվարկին մասնակցող մեծությունների բացարձակ նշանակությունները, եթե իրականում, մինչև կոորդինատների սկիզբը տեղափոխելը t-ն հավասար էր 1,2,3,.....n, ապա տեղափոխությունից հետո t= ....-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,...., եթե շարքը ունի կենտ թվով անդամներ, իսկ եթե շարքը պարունակում է զույգ թվով անդամներ, ապա t=.....5-,-3,-1,1,3,5....: Հետևաբար, $\sum t$ և բոլոր $\sum t^P$ որոնց «P» կենտ թիվ է, հավասար են 0-ի: Հետևաբար, հավասարումների այն բոլոր անդամները, որոնք պարունակում են $\sum t$ այդպիսի աս տիճաններով, կարող են դուրս գալ: Այժմ նորմալ հավասարումների համակարգերը պարզեցվում են, ուղիղ գծի համար

$$\begin{cases} na_0 = \sum y; \\ a_1 \sum t^2 = \sum ty; \end{cases} \tag{4.3.14}$$

երկրորդ կարգի պարաբոլի համար.

$$\begin{cases} na_0 + a_2 \sum t^2 = \sum y; \\ a_1 \sum t^2 = \sum ty; \\ a_0 \sum t^2 + a_2 \sum t^4 = \sum t^2 y: \end{cases} \tag{4.3.15}$$

a_1 պարամետրը արտահայտում է աճի սկզբնական արագությունը, իսկ a_2 գործակիցը` հավելաճի փոփոխության մշտական արագությունը: Եթե երևույթի մակարդակը աճում է արագացման հետ միասին, ապա այդ արագացման մեծությունը միջինով ուսումնասիրվող ժամանակաշրջանի համար հավասար կլինի 2 a_2 միավորի:

Դինամիկայի շարքը ըստ էքսպոնենտի $(\bar{y}_t = a_0 e^{a_1 t})$ հարթեցնելիս պարամետրերը հաշվարկելու համար կիրառվում է ՓՔՄ-ը ելքային տվյալների լոգարիթմների նկատմամբ: Այսինքն, հարկավոր է վճռել նորմալ հավասարումների համակարգը.

$$\begin{cases} \sum \lg y = n \lg a_0 + \lg a_1 \sum t; \\ \sum t \lg y = \sum t \lg a_0 + \lg a_1 \sum t^2 : \end{cases} \tag{4.3.16}$$

Եթե $\sum t = 0$, ապա $\lg a_0$ և $\lg a_1$ հավասարման պարամետրերը կգտնենք հետևյալ բանաձևերից.

$$\lg a_0 = \frac{\sum \lg y}{n}; \lg a_1 = \frac{\sum t \lg y}{\sum t^2}:$$

Էքսպոնենտը արտացոլում է $e^{a_1 t}$ միավորին հավասար կայուն (մշտական) հարաբերական աճը:

Շատ դեպքերում դինամիկայի շարքերի մոդելավորումը պոլինոմների կամ էլ էքսպոնենցիալ ֆունկցիայի օգնությամբ չի տալիս բավարար արդյունք, քանի որ դինամիկայի շարքերում պարունակվում են նշանակալի պարբերաբար տատանումներ ընդհանուր տենդենցի շուրջը կամ էլ նկատվում է ավտոկոռելյացիա ոչ թե հենց մակարդակների մեջ, այլ

ստացված տվյալների տեսական նշանակություններից եղած շեղումներում: Այդպիսի դեպքերում պետք է կիրառել հարմոնիկ վերլուծություն:

Այդպիսի վերլուծության նպատակն է պարբերական տատանումների բացահայտումը և չափակցումը դինամիկայի շարքերում և ավտոկոռելյացիայինը` շարքի մնացորդներում:

Ժամանակի ուսումնասիրվող միջակայքի յուրաքանչյուր կետում տրված ֆունկցիան կարելի է ներկայացնել սինուսոիդային և կոսինուսոիդային ֆունկցիաների անսահման շարքի տեսքով: Մակարդակների վերջնական գումարի գտնելը ժամանակի կոսինուսների և սինուսների ֆունկցիաների կիրառմամբ կոչվում է *հարմոնիկ վերլուծություն:*

Այլ կերպ ասած, հարմոնիկ վերլուծությունը իրենից ներկայացնում է մի գործողություն ըստ տրված պարբերական ֆունկցիայի արտահայտության Ֆուրյեի շարքի տեսքով, ըստ տարբեր կարգի հարմոնիկաների (ներդաշնակությունների): Շարքի յուրաքանչյուր անդամ իրենից ներկայացնում է կայուն (մշտական) թվի գումար որոշակի ժամանակաշրջանի կոսինուսների և սինուսների ֆունկցիաների հետ:

Պարբերականություն ունեցող երևույթների դինամիկան պարզագույն դեպքում կարող է ապրոքսիմացվել

$Y = A\sin(\alpha t + \beta)$ սինուսոիդով, որտեղ`

t-ն` ժամանակն է;

A-ն` տատանման կիսաամպլիտուդան է, այսինքն t-ի առանցքից ամենամեծ և ամենափոքր շեղումները;

$t = \pi/\alpha$ – տատանողական շարժման ժամանակընթացքն է (ալիքի երկարությունը);

β -ն` տատանման սկզբնական ֆազան է:

t=0-ի դեպքում ստանում ենք $Y_{t=0} = A\sin\beta$:

Տնտեսական երևույթների դինամիկայի ապրոքսիմացիան Ֆուրյեի շարքով իրենից ներկայացնում է այնպիսի հարմոնիկ տատանումների ընտրություն, որոնց մեկը մյուսին միացնելը (գումարը) կարտացոլի դինամիկայի շարքի փաստացի մակարդակների պարբերական տատանումները: Ֆուրյեի շարքի օգնությամբ կարելի է ներկայացնել երևույթների դինամիկան ժամանակի որոշակի ֆունկցիայի տեսքով, որում գումարելիները տեղադրված են ըստ ժամանակընթացքների նվազման.

$$\overline{Y}_t = a_0 + \sum_{t=0} (a_k \cos Kt + b_k \sin Kt) : \qquad (4.3.17)$$

Այս հավասարման մեջ k-ն որոշում է Ֆուրյեի շարքի հարմոնիկան և կարող է վերցված լինել ամբողջական թվով (ավելի հաճախ 1-ից մինչև 4): Հավասարման պարամետրերը հաշվարկվում են ՓՔՄ-ով:

Գտնելով այդ ֆունկցիայի մասնակի ածանցյալները և հավասարեցնելով դրանք զրոյի, կստանանք նորմալ հավասարումների համակարգը, որից էլ կհաշվարկենք պարամետրերը.

$$a_0 = \frac{1}{n}\sum y; a_k = \frac{2}{n}\sum y \cos Kt; b_k = \frac{2}{n}\sum y \sin Kt \; :$$

t-ի հաջորդական նշանակությունները սովորաբար որոշվում են 0-ից աճողական կարգով, հավասար $2\pi / n$, որտեղ n-ը՝ դինամիկայի շարքի մակարդակների թիվն է:

Առանձնահատուկ պարբերական երևույթի՝ սեզոնայնության ուսումնասիրության նպատակով n-ը վերցվում է հավասար 12-ի (n=12), որը համապատասխանում է տարվա ամիսների թվին:

Այդ դեպքում տարեկան արտադրության դինամիկայի շարքը կարելի է գրել այսպես.

$$0; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}; \pi; \frac{7\pi}{6}; \frac{4\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}; \frac{11\pi}{6}.$$

$$y_0; y_1; y_2; y_3; \; y_4; \; y_5; y_6; y_7; \; y_8; \; y_9; \; y_{10}; \; y_{11};$$

t-ի սահմանված յուրաքանչյուր կոնկրետ դեպքի համար գտնում են տարբեր հարմոնիկաների սինուսների և կոսինուսների նշանակությունները, որոնք հարմարության համար զետեղված են ներքոհիշյալ աղյուսակ 4.3.1-ում:

Աղյուսակ 4.3.1

Ամսական դիտարկումների հարմոնիկ վերլուծության գործակիցը a_k և b_k պարամետրերի հաշվարկման համար

t	cost	cos2t	cos3t	cos4t	sint	sin2t	sin3t	sin4t
0	1	1	1	1	0	0	0	0
$\pi/6$	0.866	0.5	0	-0.5	0.5	0.866	1	0.866
$\pi/3$	0.5	-0.5	-1	-0.5	0.866	0.866	0	-0.866
$\pi/2$	0	-1	0	1	1	0	-1	0
$2\pi/3$	-0.5	-0.5	1	-0.5	0.866	-0.866	0	0.866
$5\pi/6$	-0.866	0.5	0	-0.5	0.5	-0.866	1	-0.866
π	-1	1	-1	1	0	0	0	0
$7\pi/6$	-0.866	0.5	0	-0.5	-0.5	0.866	-1	0.866
$4\pi/3$	-0.5	-0.5	1	-0.5	-0.866	0.866	0	-0.866
$3\pi/2$	0	-1	0	1	-1	0	1	0
$5\pi/3$	0.5	-0.5	-1	-0.5	-0.866	-0.866	0	0.866
$11\pi/6$	0.866	0.5	0	-0.5	-0.5	-0.866	-1	-0.866

K հարմոնիկաները վերցնելով համապատասխանաբար հավասար 1,2,3 և այլն, կգտնենք cosKt-ի և sinKt-ի բոլոր նշանակությունները: Այդ դեպքում, օրինակ Ֆուրյեի շարքի առաջին հարմոնիկան կունենա հետևյալ տեսքը.

$$Y_t = a_0 + a_1 \text{ cc}$$

այստեղ՝ $\alpha_0 = \frac{\sum y}{12}$; $\qquad \frac{\sum y \sin t}{6}$. $\qquad$ (4.3.18)

Ֆուրյեի շարքը երկու հարմոնիկաներով.

$$\overline{Y}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cos t + b_1 \sin t + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t;$$

որտեղ՝

$$\alpha_2 = \frac{\sum y \cos 2t}{6}; \qquad b_2 \frac{\sum y \sin 2t}{6} :$$

4.4. Պարբերական (պերիոդիկ) կոմպոնենտի բացահայտման մեթոդները: Սեզոնային տատանումների մոդելները

Դինամիկայի շարքի պարբերական կոմպոնենտի էականության մասին ենթադրության ստուգման նպատակով ցանկալի է կիրառել այնպիսի պատահականության չափանիշներ, որոնք շարքի ցիկլայնության (շրջափուլ) մասին ալտերնատիվ (այլընտրանքային) հիպոթեզի նկատմամբ ունեն առավելապես մեծ հզորություն: Դրանցից ամենապարզագույնն է «գագաթների» և «փոսերի» չափանիշը, որի հիմքում ընկած է P շարքի փորձնական կետերի թվի հաշվարկը, այն իրականացվում է հետևյալ կերպ.

$$\hat{P} = \sum_{t=2}^{n-1} pt \quad \text{որտեղ `} P_t = \begin{cases} 1, \text{ եթե } & y_{t-1} < y_t < y_{t+1} \\ \text{ կամ } & y_{t-1} > y_t > y_{t+1}; \\ 0 \text{ հակառակ դեպքում} & \end{cases}$$

$t=1+n;$

n-ը՝ դինամիկայի շարքում դիտարկումների թիվն է: Էքսպերիմենտալ (փորձնական) կետերի թվաքանակի մաթեմատիկական սպասումը պատահական շարքի համար հավասար կլինի.

$$\cdot P = \frac{2(n-2)}{3}.$$

Հիպոթեզը ստուգվում է $\bar{P}$ -ն համեմատելով $\hat{P}$ -ի հաշվարկային նշանակության հետ: Եթե այդ նշանակությունները միմյանց մոտ են, ապա կարելի է հրաժարվել հետագա ստուգումից և շարքը համարել (ճանաչել) պատահական: Իսկ եթե $\hat{P}$ և $\bar{P}$ նշանակալիորեն տարբերվում են մեկը մյուսից, ապա կատարվում է հիպոթեզի հետագա ստուգում՝ հիմնվելով տարբեր երկարության ֆազերի հաշվարկման վրա:

Ֆազ է կոչվում երկու հարևան մակարդակների միջև եղած միջակայքը, որոնց համար $P_t=1$: *e ֆազի երկարության* հաշվարկման համար բավական է գտնել երկու հարևան էքսպերիմենտալ կետերի ինդեքսների

տարբերությունները: Այնուհետև հաշվարկվում է ֆազերի թիվը N_1, N_2, N_3; $e_1=1$; $e_2=2$; $e_3=3$ երկարությունների համար: e երկարության ֆազերի թվի տեսական նշանակությունը պատահական շարքի համար հետևյալն է.

$$\hat{N}_e = \frac{2(n-e-2)(e^2-3e+1)}{(e+3)!} \tag{4.4.1}$$

Պատահականության ստուգման էությունը կայանում է N_1, N_2, N_3 դիտարկված նշանակությունների Ne տեսական նշանակության հետ համեմատության մեջ: Ընդ որում ոչ մեծաքանակ n դիտարկումների դեպքում χ^2 չափանիշը այստեղ անմիջապես չի կարելի օգտագործել, քանի որ այդ դեպքում e_i ֆազի երկարությունները անկախ չեն համարվում: Ապացուցված է, որ ֆազի երկարության երեք խմբերի բաժանման ժամանակ e=1; e=2; e=3 (ազատության երկու աստիճանների) χ^2 վիճակագիրը կարող է օգտագործվել սովորական ձևով (v=2.5) $\chi^2=6.3$ դեպքում:

χ^2 հաշվարկային նշանակությունները ֆազի երկարության երեք խմբերի դեպքում հաշվարկվում են հետևյալ բանաձևով.

$$\chi^2 = \sum_{e=1}^{3} \frac{(Ne - \hat{N}e)}{Ne}. \tag{4.4.2}$$

Եթե $\chi^2 \geq 6.3$ ապա ելքային (տրված) շարքի տատանումները չի կարելի համարել զուտ պատահական և շարքը պարունակում է պարբերական (պերիոդիկ) բաղկացուցիչ: Այդ չափանիշը շատ զգայուն է պարբերական տատանումների նկատմամբ և պրակտիկորեն ունի 0-ական էֆեկտիվություն տրենդի առկայության ալտերնատիվայի նկատմամբ, այդ իսկ պատճառով էլ այն կարող է անմիջականորեն կիրառվել ելքային շարքի նկատմամբ ի տարբերություն մնացած չափանիշների, որոնք պահանջում են, որ դինամիկայի շարքից նախապես առանձնացվի սիստեմատիկ բաղկացուցիչը: Այն բանից հետո, երբ հաստատված է պարբերական բաղկացուցիչը, կատարվում է նրա վերլուծությունը:

Շատ սոցիալ-տնտեսական երևույթների եռամսյակային կամ ամսական տվյալների ուսումնասիրության ժամանակ հաճախ վեր են հանվում որոշակի, մշտապես կրկնվող տատանումներ, որոնք էապես չեն փոփոխվում երկարատև ժամանակահատվածում: Դրանք հետևանք են բնակլիմայական պայմանների, ընդհանուր տնտեսական գործոնների, ինչպես նաև բազմաթիվ տարբեր գործոնների ազդեցության, որոնք մասամբ են համարվում կարգավորվող։ Վիճակագրության մեջ այն պարբերական տատանումները, որոնք տարվա կտրվածքով ունեն որոշակի և կայուն ժամանակաընթացք, կոչվում են «սեզոնային տատանումներ» կամ «սեզոնային ալիքներ», իսկ դինամիկայի շարքը այդ դեպքում անվանում են *սեզոնային տրենդ*, կամ *սեզոնային դինամիկայի շարք։*

√ Սեզոնային տատանումները բնութագրվում են հատուկ ցուցանիշներով, որոնք կոչվում են *սեզոնայնության ինդեքսներ (Is)։* Այդ ցուցանիշների համակցությունը արտացոլում է սեզոնային ալիքը։ Սեզոնայնության ինդեքսները իրենցից ներկայացնում են փաստացի տարվա ներսի (ներտարեկան) մակարդակների տոկոսային հարաբերությունը կայուն կամ փոփոխական միջինին։ Սեզոնային տատանումների բացահայտման համար սովորաբար վերցնում են մի շարք տարիների տվյալներ, որոնք բաշխված են ըստ ամիսների։ Ոչ պակաս, քան երեք տարվա վերաբերյալ տվյալները կիրառվում են կայուն սեզոնային ալիքի բացահայտման համար, որպեսզի նրա վրա չարտացոլվեն մեկ տարվա պատահական պայմանները։ Սեզոնայնության ինդեքսների հաշվարկման համար կիրառվում են տարբեր մեթոդներ (աղյուսակ 4.4.1)։

<u>**Աղյուսակ 4.4.1**</u>

Սեզոնայնության ալիքների չափման մեթոդների դասակարգումը

Սեզոնային ալիքների չափման մեթոդները, որոնք հիմնված են	Սեզոնային ալիքների հաշվարկման մեթոդների անվանումը
I Միջին թվաբանականի կիրառման վրա	1. բացարձակ տարբերությունների մեթոդ 2. միջին ամսականների հարաբերության մեթոդը ամբո ժամանակաշրջանի միջինին 3. ամսական մակարդակների հարաբերության մեթոդ տվյալ տարվա միջինին
II Հարաբերական մեծությունների կիրառման վրա	1.հարաբերական մեծությունների մեթոդը 2. հարաբերական մեծությունների մեթոդը մեդիանայի հիման վրա 3. Ու. Պերսոնի մեթոդը (շղթայական մեթոդը)
III Մեխանիկական հարթեցման կիրառման վրա	1. սահող միջինների մեթոդը 2. սահող գումարների և սահող միջինների մեթոդը
V Անալիտիկ (վերլուծական) հարթեցման կիրառման վրա	1. հարթեցումը ուղիղ գծով 2. հարթեցումը պարաբոլով և էքսպոնենտով 3. հարթեցումը Ֆուրյեի շարքով

Եթե դինամիկայի շարքը զարգացման մեջ չունի վառ արտահայտված միտում (տենդենց), ապա սեզոնայնության ինդեքսները հաշվարկվում են անմիջապես ըստ էմպիրիկ տվյալների, առանց դրանք նախապես հարթեցնելու։

Յուրաքանչյուր ամսվա համար հաշվարկվում է մակարդակի միջին մեծությունը, օրինակ, երեք տարվա համար ($\bar{Y}_i$), այնուհետև դրանցից հաշվարկվում է ամբողջ շարքի համար միջին ամսական մակարդակ ($\bar{\bar{Y}}$), և վերջում որոշվում է յուրաքանչյուր ամսվա համար միջինների տոկոսային հարաբերությունը շարքի ընդհանուր միջին ամսական մակարդակին, այսինքն.

$$Is = \frac{Yi}{\bar{\bar{Y}}} \cdot 100\% \quad (4.4.3)$$

Եթե դինամիկայի շարքը իր զարգացման մեջ ունի որոշակի տենդենց (միտում), ապա մինչև սեզոնային ալիքի հաշվարկը, փաստացի տվյալները մշակված պետք է լինեն այնպես, որ հնարավոր լինի բացահայտել ընդհանուր տենդենցը։ Դրա համար սովորաբար դիմում են դինամիկայի շարքի վերլուծական հարթեցմանը։ Այս դեպքում սեզոնայնության ինդեքսների հաշվարկման ընթացքը հետևյալն է.

*ըստ համապատասխան պոլինոմի յուրաքանչյուր ամսվա (կամ եռամսյակի) համար հաշվարկվում են (t) ժամանակի պահի դրությամբ հարթեցված մակարդակները;

*հաշվարկվում են (%-ներով) փաստացի ամսական (եռամսյակային) տվյալների (Yi) հարաբերությունները համապատասխան հարթեցված տվյալներին ($\bar{Y}_t$)

$$Ii = \left(Yi \div \bar{Y}t\right) \cdot 100;$$

*ըստ միևնույն ժամանակաընթացքների համար հաշվարկված տոկոսային հարաբերություններից գտնում են միջին թվաբանականները.

$$I_i = (I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_n) : n;$$

որտեղ՝ n-ը միևնույն (միանման) ժամանակաընթացքների թիվն է։

Ընդհանուր տեսքով սեզոնայնության ինդեքսի բանաձևը կարելի է ներկայացնել այսպես.

$$Is = \left[\sum \frac{y_i}{\overline{yi}}\right] \div n \qquad (4.4.4.)$$

Հաշվարկն ավարտվում է ինդեքսների հաշվարկների ճշտության ստուգմամբ: Այսպես, քանի որ բոլոր ամիսների (եռամսյակների) համար սեզոնայնության միջին ինդեքսը պետք է լինի 100%, ապա ըստ ամսական տվյալների ստացված ինդեքսների գումարը հավասար է 1200-ի, իսկ ըստ չորս եռամսյակների գումարը՝ 400-ի:

Դինամիկայի շարքի սեզոնային կոմպոնենտի նման *ցիկլային (շրջափուլային) բաղկացուցիչը* (կոմպոնենտը) իրենից նույնպես ներկայացնում է ալիքաձև շարժեր (գրաֆիկի վրա), սակայն այն ավելի երկարատևէ և ավելի քիչ կանխագուշակելի, քան սեզոնային տատանումները: Դինամիկայի շարքի ցիկլիկային կոմպոնենտի բացառման դասական մեթոդի էությունն է կայանում դինամիկայի շարքից հիմնական տենդենցի և սեզոնային կոմպոնենտի բացառումը, դուրս հանումը (կամ էլ միջինացումը), քանի որ այդ դեպքում մնում է ցիկլիկային, և որպես կանոն, *ոչ կանոնավոր* կոմպոնենտը: Քանի որ այդ կոմպոնենտները կազմում են այն, ինչը մնում է հաշվարկներից հետո, այդ պատճառով էլ տվյալ մեթոդը կոչվում է *մնացորդային:*

Տնտեսագետները մեծ ուշադրություն են դարձնում գործարար ցիկլերի և դրանց պատճառների վերլուծությանը:

4.5.Կապային դինամիկ շարքերի ռեգրեսիոն վերլուծություն: Ավտոկոռելյացիա: Դարբին - Ուոտսոնի չափանիշը

Բազմաչափ ժամանակային շարքերը, որոնք բնութագրում են արդյունքային հատկանիշի կախվածությունը մեկ կամ մի քանի գործոն հատկանիշներից, կոչվում են <u>կապային դինամիկայի շարքեր:</u> ՓՔՄ-ի կիրառումը դինամիկայի շարքերի մշակման համար չի պահանջում ելքային տվյալների բաշխման օրենքների վերաբերյալ ոչ մի ենթադրություն: Սակայն, կապային դինամիկայի շարքերի մշակման նպատակով ՓՔՄ-ի կիրառման ժամանակ պետք է հաշվի առնել ավտոկոռելյացիայի (ավտոռեգրեսիայի) առկայությունը, որը հաշվի չէր առնվում միաչափ դինամիկայի շարքերի մշակման ժամանակ, քանի որ դրա առկայությունը կնպաստի ուսումնասիրվող սոցիալ-տնտեսական երևույթի ըստ ժամանակի զարգացման միտումի (տենդենցի) ավելի հստակ բացահայտման համար:

Տնտեսական երևույթների դինամիկայի շարքերի զգալի մեծամասնության մեջ մակարդակների միջև (հատկապես միմյանց մոտիկ գտնվող) գոյություն ունի փոխկապակցվածություն: Շարքերի միջև այն հարմար է ներկայացնել կոռելյացիոն փոխկախվածության տեսքով $Y_1, Y_2, Y_3, \ldots Y_n$ և հենց այդ շարքով տեղաշարժվել դեպի հարաբերականորեն սկզբնական դրության h ժամանակի պահերը $Y_{1+h}, Y_{2+h}, Y_{3+h}, \ldots, Y_{n+h}$: L-ի ժամանակավոր տեղափոխումը (տեղակայումը-смещение) կոչվում է *տեղաշարժ*, իսկ հենց ինքը՝ փոխկախվածության երևույթը՝ *ավտոկոռելյացիա:*

Ավտոկոռելյացիոն փոխկախվածությունը հատկապես էական է դինամիկայի շարքի վերջին և նրան նախորդող մակարդակների միջև:

Քանի որ մաթեմատիկական վիճակագրության դասական մեթոդները կիրառելի են միայն շարքի առանձին անդամների միջև եղած անկախության դեպքում, ապա մի քանի փոխկապակցված դինամիկայի շարքերի վերլուծության ժամանակ շատ կարևոր է սահմանել նրանց ավտոկոռելյացիայի առկայությունը և աստիճանը:

Տարբերում են ավտոկոռելյացիայի երկու տեսակ.

1) ավտոկոռելյացիա դիտարկումներում մեկ կամ ավելի փոփոխականների դեպքում,

2) սխալների ավտոկոռելյացիա կամ ավտոկոռելյացիա տրենդից եղած շեղումներում:

Վերջինիս առկայությունը բերում է ռեգրեսիայի գործակիցների միջին քառակուսային սխալների նշանակությունների խեղաթյուրմանը, որը և դժվարեցնում է ռեգրեսիայի գործակիցների համար վստահելիության միջակայքերի որոշումը, ինչպես նաև դրանց նշանակության ստուգումը: Ավտոկոռելյացիան չափակցում են ավտոկոռելյացիայի ոչ ցիկլիկային գործակցի օգնությամբ, որը կարող է հաշվարկվել ոչ միայն հարևան (հարակից) մակարդակների միջև, այսինքն տեղաշարժված մեկ ժամանակաընթացքով, այլ նաև ժամանակի ցանկացած միավորների թվով (L) տեղաշարժի դեպքում: Այդ տեղաշարժը, որը կոչվում է *ժամանակային լագ*, որոշում է նաև ավտոկոռելյացիայի գործակիցների կարգը (порядок)՝ առաջին կարգի (երբ L=1), երկրորդ կարգի (երբ L=2) և այլն: Սակայն հետազոտության համար ավելի մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում ոչ ցիկլիկային գործակցի հաշվարկը (առաջին կարգի), քանի որ վերլուծության արդյունքների ավելի մեծ խեղաթյուրումներ են առաջանում շարքի ելքային մակարդակների (Y_{t_1}) միջև և նույն մակարդակների միջև, որոնք տեղաշարժվել են ժամանակի մեկ միավորով, այսինքն, Y_{t-1} (կամ՝ Y_{t+1}): Այդ դեպքում ավտոկոռելյացիայի գործակիցը կարելի է ներկայացնել հետևյալ բանաձևի տեսքով.

$$r_a = \frac{\overline{y_t \cdot y_{t+1}} - \bar{Y}_t \cdot \bar{Y}_{t+1}}{\sigma_{yt} \cdot \sigma_{yt+1}} \qquad (4.5.1)$$

որտեղ՝ $\sigma_{yt}; \sigma_{yt+1}$ -ը՝ համապատասխանաբար Y_t և Y_{t+1} շարքերի շեղման միջին քառակուսայինններն են:

Եթե շարքի վերջին մակարդակի (Y_n) նշանակությունը քիչ է տարբերվում առաջինից (Y_1), ապա տեղաշարժված շարքը չի կարճացվում, այն կարելի է պայմանականորեն լրացնել, ընդունելով որ $Y_n = Y_1$: Այդ դեպքում $Y_t = Y_{t+1}$ և $\sigma_{yt} = \sigma_{y_{t+1}}$, քանի որ դրանք հաշվարկվում են միևնույն շարքի համար: Նմանօրինակ փոխարինման դեպքում, այսինքն, եթե $Y_t = Y_{t+1}$ և $\sigma_{yt} = \sigma_{y_{t+1}}$, ավտոկոռելյացիայի բանաձևը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$r_a = \frac{\overline{y_t \cdot y_{t+1}} - (\bar{Y}_t)^2}{\sigma^2_{yt}} \quad \text{կամ՝} \quad r_a = \frac{\sum Y_t \cdot Y_{t+1} - n(\bar{Y}_t)^2}{\sum Y^2_t - n(\bar{Y}_t)^2} \qquad (4.5.2.)$$

Եթե դինամիկայի շարքը բաղկացած է այնպիսի մակարդակներից, որոնց միջին մշանակությունը հավասար է զրոյի ($Y = 0$), ապա (4.5.2) արտահայտությունը նշանակալիորեն պարզեցվում է.

$$r_a = \frac{\sum_{t=1}^{n-1} Y_t \cdot Y_{t+1}}{\sum_{t=1}^{n} Y^2_t} \qquad (4.5.3):$$

Ուսումնասիրվող դինամիկայի շարքում ավտոկոռելյացիայի առկայության կամ բացակայության մասին հետևություն կատարելու համար ավտոկոռելյացիայի գործակիցների փաստացի նշանակությունը համեմատվում է աղյուսակայինի (կրիտիկականի) հետ 5%-ոց կամ էլ 1%-ոց նշանակության մակարդակով (շարքի մակարդակների անկախության մասին զրոյական հիպոթեզի ընդունման դեպքում սխալը թույլ տալու հավանականության):

Ավտոկոռելյացիայի բացակայության մասին հատուկ աղյուսակներից մեկն է (որում սահմանված է ստուգվող հիպոթեզի կրիտիկական ոլորտը) իրենից ներկայացնում 1942թ. Ռ. Անդերսենի կողմից կազմված աղյուսակը, որը բերված է ներքոհիշյալում.*

Աղյուսակ 4.5.1

Ավտոկոռելյացիայի գործակցի 5%-ոց և 1%-ոց հավանականության մակարդակները

Ընտրանքի ծավալը	Դրական նշանակությունները		Բացասական նշանակությունները	
	5%-ոց մակարդակը	1%-ոց մակարդակը	5%-ոց մակարդակը	1%-ոց մակարդակը
5	0.253	0.297	-0.753	-0.798
6	0.345	0.447	-0.708	-0.863
7	0.370	0.510	-0.674	-0.799
8	0.371	0.531	-0.625	-0.764
9	0.366	0.533	-0.593	-0.737
10	0.360	0.525	-0.564	-0.705
11	0.353	0.125	-0.539	-0.679
12	0.348	0.505	-0.516	-0.655
13	0.341	0.495	-0.497	-0.634
14	0.335	0.485	-0.479	-0.615
15	0.328	0.475	-0.462	-0.597
20	0.299	0.432	-0.399	-0.524

*Աղյուսակը կրճատումներով վերցված է Езекиел М.; Фокс К. Методы анализа корреляций и регресий.- М.: Статистика, 1966, с. 354-ից:

Եթե ավտոկոռելյացիայի գործակցի փաստացի նշանակությունը փոքր է աղյուսակայինից, ապա շարքում ավտոկոռելյացիայի բացակայության մասին հեպոթեզը կարող է ընդունվել: Իսկ երբ փաստացի նշանակությունը մեծ է աղյուսակայինից, ապա կարելի է եզրակացնել դինամիկայի շարքում ավտոկոռելյացիայի առկայության մասին:

Ավտոկոռելյացիան փոքրացնելու համար կիրառում են տարբեր մեթոդներ: Դրանք համարյա թե բոլորը նպատակ ունեն բացառելու սկզբնական տվյալներից հիմնական միտումը (տրենդը): Դրանից ամենատարածվածը *Դարբին-Ուոտսոնի չափանիշն* է, որը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$d = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(e_{t+1} - e_t\right)^2}{} \qquad (4.5.4)$$

որտեղ`

$e_t = Y_t - \overline{Y}_t$:

Այս չափանիշի կիրառման տեսական հիմնավորումը պայմանավորված է նրանով, որ դինամիկայի շարքերում ինչպես իրենք` դիտարկումները, այնպես էլ դրանցից եղած շեղումները բաշխված են խրոնոլոգիական (ժամանակագրական) կարգով:

Ընդունելով, որ մակարդակների շեղումները տենդենցից (այսպես կոչված մնացորդները) պատահական են, D-ի նշանակությունները, որոնք ընկած են 0-4 միջակայքում, միշտ էլ մոտիկ կգտնվեն 2-ին: Եթե ավտոկոռելյացիան դրական է, ապա D<2, եթե բացասական է` -2<=D<=4: Հետևաբար, ըստ չափանիշի ստացված գնահատականները ոչ թե կետային են (ըստ կետերի) այլ միջակայքային: Դրանց նշանակությունները նշանակելիության երեք մակարդակների համար (α=0.01; α= =0.025 և α =0.05) հաշվի առած դիտարկումների թիվը բերված են հատուկ աղյուսակներում:

Դինամիկայի շարքերում ավտոկոռելյացիայի (ավտոռեգրեսիայի) փոքրացման կամ բացառման համար գոյություն ունեն մի շարք մեթոդներ, դրանք են ա/ ժամանակի ներառման մեթոդը որպես լրացուցիչ գործոնի, բ/ հաջորդական տարբերությունների մեթոդը, գ/ավտոռեգրեսիոն ձևափոխումների մեթոդը: Ուսումնասիրենք դրանք:

ա/ Համաձայն Ֆրիշի և Բոուի կողմից ապացուցված թեորեմի, ժամա-

նակը ներառվում է կապային դինամիկայի շարքերի համակարգում երևացող ձևով, որպես լրացուցիչ գործոն : Ելքային դինամիկայի շարքերի մակարդակները կարող են ներկայացված լինել ցանկացած ձևի ցուցանիշներով, այդ թվում նաև լոգարիթմային, իսկ ժամանակը միշտ ներմուծվում է գծային ձևով: Հաշվի է առնվում (ընդունվում է), որ ժամանակի գործոնի ներմուծումը դուրս է հանում ուսումնասիրվող դինամիկայի շարքերում ներկայացված բոլոր երևույթների զարգացման հիմնական միտումը: Ապացուցված է, որ ժամանակի ներմուծումը նմանատիպ է (նույնական է) փաստացի տվյալների տրենդից եղած շեղումների կիրառման հետ:

ՓՔՄ-ի կիրառումը բազմաչափ ժամանակային շարքերի մշակման ժամանակ չի տարբերվում նրա` սովորական վիճակագրական շարքերի կիրառման մեթոդոլոգիայից: Տվյալ դեպքում նվազագույնի է հասցվում հետևյալ արտահայտությունը.

$$S = \sum\left[Yi - f\left(x_1 x_2, \ldots\ldots, x_n, t\right)\right]^2 \rightarrow \min :$$

բ/ ավտոկոռելյացիայի բացառումը հաջորդական տարբերությունների մեթոդով ՓՔՄ-ով մշակման են ենթարկվում ոչ թե ելքային շարքերի մակարդակները $y_t, y_{t+1}, \ldots, y_{t+n}$ և $x_t, x_{t+1}, \ldots x_{t+n}$, այլ նրանց միջև եղած հաջորդական տարբերությունները.

$\Delta y_1 = y_t - y_{t-1};$ $\qquad$ $\Delta x_1 = x_t - x_{t-1};$

$\Delta y_2 = y_{t-1} - y_{t-2};$ $\qquad$ $\Delta x_2 = x_{t-1} - x_{t-2};$

$\Delta y_k = y_{t-k} - y_{t-k-1};$ $\qquad$ $\Delta x_k = x_{t-k} - x_{t-k-1}$:

Այս մեթոդի կիրառման ժամանակ ելնում են այն ենթադրությունից, որ դինամիկայի շարքերի մակարդակների միջև եղած բոլոր տարբերությունները, սկսած առաջինից, կպարունակեն միայն պատահական կոմպոնենտ: Ընդ որում, առաջին տարբերությունները կպարունակեն պատահական կոմպոնենտ գծային ձևով, երկրորդները-երկրորդ կարգի պարաբոլի ձևով, երրորդները-ցուցչային ֆունկցիայի ձևով:

գ/ ավտոռեգրեսիոն ձևափոխումների մեթոդը կայանում է նրանում, որ որոշում են երկու կապային դինամիկայի շարքերի տենդենցից եղած շեղումների միջև կապի հավասարումը.

$y_1 - \bar{y}_{t1};$ $\qquad$ $x_1 - \bar{x}_{t1};$

$y_2 - \bar{y}_{t2};$ $\qquad$ $x_2 - \bar{x}_{t2};$

$y_n = \bar{y}_{tn};$ $\qquad$ $x_n - \bar{x}_{tn}$:

Այս դեպքում նույնպես ստանում են ռեգրեսիայի հավասարումներ, որոնք խեղաթյուրված չեն (не искаженные) ավտոկոռելյացիայի ազդեցությամբ:

4.6. Դինամիկայի շարքերի կոռելյացիան

Տվյալ երևույթի ըստ ժամանակի զարգացման ուսումնասիրության համար երբեմն անհրաժեշտություն է առաջանում գնահատել տարբեր բովանդակություն ունեցող, սակայն միմյանց հետ կապակցված, երկու կամ ավելի դինամիկայի շարքերի մակարդակների փոփոխության մեջ եղած փոխկախվածության աստիճանը: Այդ խնդիրը լուծվում է 1) դինամիկայի շարքի մակարդակների, 2) փաստացի մակարդակների տրենդից եղած շեղումների, 3) հաջորդական տարբերությունների, այսինքն՝ կոռելյացիայի զույգային գործակցի հաշվարկման ճանապարհով կոռելավորման մեթոդներով:

1. Դինամիկայի շարքի մակարդակների կոռելավորումը ճիշտ է ցույց տալիս դինամիկայի շարքերի միջև եղած կապի խտության աստիճանը միայն այն դեպքում, եթե դրանցից յուրաքանչյուրում բացակայում է ավտոկոռելյացիան:

Տվյալ դեպքում կոռելյացիայի գործակիցը հաշվարկվում է հետևյալ բանաձևով.

$$r = \frac{\overline{xy_i} - \bar{x}_i \cdot \bar{y}_i}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \qquad (4.6.1)$$

որտեղ՝ X_i-ն՝ գործոն դինամիկայի շարքի մակարդակներն են,
Y_i-ն՝ արդյունքային դինամիկայի շարքի մակարդակներն են:

Հետևաբար, մինչև դինամիկայի շարքի կոռելավորումը (ըստ մակարդակների) անհրաժեշտ է ստուգել շարքերից յուրաքանչյուրի մեջ ավտոկոռելյացիայի առկայությունը կամ բացակայությունը: Շարքի մակարդակների միջև ավտոկոռելյացիայի առկայության դեպքում այն պետք է վերացվի: Այժմ ուսումնասիրենք դինամիկայի շարքերի մեջ ավտոկոռելյացիայի բացառման եղանակները:

2. Հարթեցված մակարդակներից (տրենդից) եղած շեղումների կոռելյավորումը: Այս մեթոդը կայանում է նրանում, որ կոռելավորում են ոչ թե մակարդակները, այլ տրենդը արտացոլող փաստացի մակարդակների շեղումները հարթեցվածներից, այսինքն կոռելավորվում են մնացորդային մեծությունները: Դրա համար դինամիկայի յուրաքանչյուր շարքը հարթեցնում են որոշակի, նրա համար բնութագրական վերլուծական բանաձևով, որից հետո էմպերիկ մակարդակներից հանում են հարթեցվածները (այսինքն՝ գտնում են $d_x = x_i - \bar{x}_t; d_y = y_i - \bar{y}_t$) և որոշում են հաշվարկված շեղումների (d_x և d_y) միջև եղած կապի խտությունը ըստ հետևյալ բանաձևի.

$$r_{d_x d_y} = \frac{\sum d_x \cdot d_y}{\sqrt{\sum d^2_x \cdot \sum d^2_y}} \qquad (4.6.2)$$

3. Հաջորդական տարբերությունների կոռելյավորումը: Ավտոկոռելյացիայի ազդեցությունը կարելի է բացառել յուրաքանչյուր մակարդակից հանելով նրա նախորդ մակարդակը, այսինքն գտնելով ($y_i - y_{i-1}$) մակարդակների տարբերությունները:

Հանրահաշվորեն հեշտ է ցույց տալ, որ մակարդակներից անցում կատարելով նրանց տարբերություններին բացառվում է ընդհանուր տենդենցի ազդեցությունը տատանման վրա: Ընդ որում մակարդակների ըստ ուղիղ գծի փոփոխության դեպքում կարելի է կոռելացնել առաջին տարբերությունները, ըստ պարաբոլի փոփոխության դեպքում (n-երորդ կարգի)՝ n տարբերությունները: Տվյալ դեպքում բանաձևը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$r_{\Delta x \Delta y} = \frac{\sum \Delta_x \cdot \Delta_y}{\sqrt{\sum \Delta^2_x \cdot \sum \Delta^2_y}} \qquad (4.6.3)$$

4.7. Կանխատեսումների (պրոգնոզավորման) և ինտերպոլյացիայի տարրերը

Սոցիալ-տնտեսական երևույթների դինամիկայի ուսումնասիրումը, զարգացման հիմնական տենդենցի և փոխկախվածության մոդելների բացահայտումը և բնութագրությունը հիմք են ստեղծում կանխատեսումների համար, այսինքն տնտեսական երևույթի մակարդակի չափերի որոշումը ապագայում:

Կանխատեսումների հարցերը հատկապես դառնում են ավելի արդիական սոցիալ-տնտեսական երևույթների հաշվառման և վերլուծության միջազգային մեթոդոլոգիային անցման պայմաններում: Կանխատեսումների մեթոդների համակարգում կարևոր տեղ են զբաղեցնում վիճակագրական մեթոդները: Կանխատեսման կիրառումը ենթադրում է, որ նախկինում (դինամիկայի շարքի ներսում) եղած զարգացման օրինաչափությունը կպահպանվի նաև կանխատեսվող (հեռանկարվող) ապագայում, այսինքն պրոգնոզը հիմնված է *էքստրապոլյացիայի վրա:* Ապագայում կատարվող էքստրապոլյացիան կոչվում է *հեռանկարային,* իսկ անցյալում՝ *ռետրոսպեկտիվ:* Սովորաբար, երբ ասում են դինամիկայի շարքերի էքստրապոլյացիա, ավելի հաճախ հասկանում են հեռանկարային էքստրապոլյացիան:

Տենդենցի ապագայի վրա տարածման տեսական հիմքն է հանդիսանում սոցիալ-տնտեսական երևույթների հայտնի հատկությունը, որը կոչվում է *իներցիոնություն:* Հենց իներցիոնությունն է հնարավորություն տալիս վեր հանելու եղած փոխկախվածությունները ինչպես դինամիկայի շարքի մակարդակների միջև, այնպես էլ կապային դինամիկայի շարքերի խմբերի միջև: Դինամիկայի շարքերի հիման վրա ստացվում են շատ հուսալի պրոգնոզներ, եթե շարքի մակարդակները համադրելի (համեմատելի) են և ստացված են միասնական մեթոդոլոգիայի հիման վրա:

Կանխատեսման մեջ էքստրապոլյացիայի կիրառումը հիմնվում է հետևյալ նախադրյալների վրա.

*ուսումնասիրվող երևույթի զարգացումը ամբողջությամբ վերցրած պետք է նկարագրել պլանային կորով;

*երևույթի զարգացման ընդհանուր տենդենցը անցյալում և ներկայում չպետք է կրի լուրջ փոփոխություններ ապագայում:

Այդ իսկ պատճառով էլ կանխատեսման հուսալիությունը և ճշտությունը կախված է այն բանից, թե որքանով իրականությանը մոտիկ կատացվեն այդ ենթադրությունները, ինչպես նաև որքանով ճիշտ է հաջողվել բնութագրել նախկինում բացահայտված օրինաչափությունը: էքստրապոլյացիան դիտարկվում է որպես վերջնական պրոգնոզների կառուցման սկզբնական ստադիա: էքստրապոլյացիայի մեխանիկորեն կիրառումը կարող է դառնալ սխալների և ոչ ճիշտ հետևությունների պատճառ: Միշտ պետք է հաշվի առնել բոլոր անհրաժեշտ պայմանները, նախադրյալները և հիպոթեզները, կապելով դրանք մանրակրկիտ բովանդակալից տնտեսագիտատեսական վերլուծության հետ:

Քանի որ վերլուծության ենթակա դինամիկայի շարքերը հաճախ հարաբերականորեն ավելի կարճ են, ապա էքստրապոլյացիայի ժամանակային հորիզոնը չի կարող անսահման լինել: Այդ իսկ պատճառով էլ որքան կարճ է *էքստրապոլյացիայի ժամկետը,* այնքան ավելի հուսալի և ճիշտ արդյունքներ (մնացած հավասար պայմաններում) է տալիս պրոգնոզը: Կարճ ժամանակամիջոցում չեն հասցնում արագ փոխվել երևույթի զարգացման պայմանները և նրա դինամիկայի բնույթը:

էքստրապոլյացիան ընդհանուր տեսքով կարելի է արտահայտել հետևյալ բանաձևով.

$$Y_{i+T} = f(Y_i, T, aj); \qquad (4.7.1)$$

որտեղ` $\hat{Y}_{i+T}$ -ն` կանխատեսվող մակարդակն է;

$Yi -$ ն` կանխատեսվող շարքի ընթացիկ մակարդակն է;

T-ն` էքստրապոլյացիայի ժամկետն է (կամ կանխման ժամանակահատվածն է)

aj-ն` տրենդի հավասարման պարամետրն է:

Կախված այն բանից, թե ինչպիսի սկզբունքներ և ելքային տվյալներ են դրված պրոգնոզի հիմքում, տարբերում են էքստրապոլյացիայի հետևյալ տարրական մեթոդները. միջին բացարձակ հավելաճի, աճի միջին տեմպի և էքստրապոլյացիա շարքերի հարթեցման հիման վրա ըստ որևէ վերլուծական բանաձևի:

Պրոգնոզավորումը ըստ միջին բացարձակ հավելաճի կարող է իրականացվել այն ժամանակ, եթե առկա է համոզմունքը ընդհանուր տենդենցը համարելու գծային, այսինքն մեթոդը հիմնված է մակարդակի հավասարաչափ փոփոխության մասին ենթադրության վրա (հավասարաչափ ասելով հասկանում են բացարձակ հավելաճերի կայունությունը):

Ցանկացած է ամսաթվի դրությամբ մեզ հետաքրքրող տենդենցը վերլուծականորեն արտահայտելու համար անհրաժեշտ է գտնել միջին բացարձակ հավելաճը և հաջորդականորեն այն ավելացնել շարքի վերջին մակարդակին այնքան անգամ, որքան ժամանակամիջոցների համար էքստրապոլյացիայի է ենթարկվում շարքը, այսինքն այն կարելի է կատարել հետևյալ բանաձևով,

$$Y_{i+t} = Y_i + \Delta \cdot t; \qquad (4.7.2)$$

որտեղ` $Y_{i+1}$ -ը` էքստրապոլյացվող մակարդակն է;

(i+t)-ն` այդ մակարդակի (տարվա) համարն է;

i-ն` ուսումնասիրվող ժամանակաշրջանի վերջին մակարդակի (տարվա) համարն է, որի համար հաշվարկվել է $\overline{\Delta}$ -ն;

t-ն` պրոգնոզի ժամկետն է (կանխման ժամանակահատվածն է);

Δ -ն` միջին բացարձակ հավելաճն է:

Սակայն պետք է նկատի ունենալ, որ միջին բացարձակ հավելաճի կիրառումը պրոգնոզի համար հնարավոր է միայն ներքոհիշյալ պայմանի դեպքում.

$$\sigma^2_{\text{մնացորդային}} \le \rho^2; \qquad (4.7.3)$$

որտեղ` $\rho^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum \Delta^2 i}{n}$; $\qquad \sigma^2_{\text{մնաց.}} = \frac{\sum \left(Y_i - \overline{Y}_{\bar{\Delta}}\right)^2}{n}$

Պրոգնոզավորումը ըստ աճի միջին տեմպի իրականացվում է այն ժամանակ, երբ հիմք կա համարելու, որ շարքի ընդհանուր միտումը բնութագրվում է ցուցչային (էքսպոնենցիալ) կորով: Տենդենցը գտնելու համար անհրաժեշտ է որոշել աճի միջին գործակիցը, բարձրացրած էքստրապոլյացիայի ժամանակաընթացքին համապատասխան աստիճան, այսինքն կիրառել հետևյալ բանաձևը.

$$\hat{Y}_{i+t} = Y_i \cdot \overline{K}^t{}_p; \qquad (4.7.4)$$

որտեղ` Yi-ն` դինամիկայի շարքի վերջին մակարդակն է;

t-ն` պրոգնոզի ժամկետն է

$\underline{K}_p$ – ն` աճի միջին գործակիցն է:

Պրոգնոզավորման մեթոդներից ամենատարածվածը *տրենդի վեր-լուծական արտահայտությունն է:* Ըստ որում ուսումնասիրվող ժամանակահատվածի սահմաններից դուրս գալու համար բավական է շարունակել ժամանակի (t) անկախ փոփոխականի նշանակությունները: Կանխատեսման այդպիսի մոտեցման դեպքում ենթադրվում է, որ երևույթը բնութագրող մակարդակի չափը ձևավորվում է բազմաթիվ գործոնների ազդեցության տակ, ըստ որում հնարավոր չէ առանձնացնել դրանց ազդեցությունը: Դրա հետ կապված զարգացման ընթացքը կապվում է ոչ թե որևիցե կոնկրետ գործոնների հետ, այլ ժամանակի ընթացքի հետ, այսինքն Y=f(t):

Էքստրապոլյացիան հնարավորություն է տալիս ստանալ պրոգնոզի կետային նշանակությունը: Փաստացի տվյալների և կանխատեսումային կետային գնահատականների ճիշտ համընկնումը (որոնք ստացվել են տենդենցը բնութագրող կորերի էքստրապոլյացիայի ճանապարհով), փոքր հավանականություն ունի: Այդպիսի շեղումների առաջացումը բացատրվում է հետևյալ պատճառներով.

1. պրոգնոզավորման համար ընտրված կորը չի հանդիսանում միակ հնարավորը տենդենցը բնութագրելու համար: Կարելի է ընտրել այնպիսի կոր, որը տալիս է ավելի ճշգրիտ արդյունքներ.

2. պրոգնոզի կատարումը իրականացվում է ելքային տվյալների սահմանափակ թվաքանակի հիման վրա: Բացի այդ, յուրաքանչյուր ելքային մակարդակ ունի նաև պատահական կոմպոնենտ: Այդ իսկ պատճառով էլ նաև այն կորը, ըստ որի կատարվում է էքստրապոլյացիան, կունենա (կպարունակի) պատահական կոմպոնենտ:

3. տենդենցը բնութագրում է դինամիկայի շարքի միջին մակարդակի միայն շարժը, այդ իսկ պատճառով էլ առանձին դիտարկումները նրանից շեղվում են: Եթե այդպիսի շեղումները դիտարկվում էին անցյալում, ապա դրանք կդիտարկվեն նաև ապագայում:

Ցանկացած վիճակագրական պրոգնոզ ունի մոտավոր բնույթ: Դրա համար էլ նպատակահարմար է որոշել պրոգնոզի վստահելիության միջակայքերը: Վստահելիության միջակայքի մեծությունը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\hat{Y}_t \pm t_\alpha \cdot \sigma_{\bar{y}_t};$$

որտեղ՝ $\sigma_{\bar{y}_t}$ -ն՝ տրենդի միջին քառակուսային սխալն է;

$\hat{Y}_t$ -ն՝ մակարդակի հաշվարկային նշանակությունն է;

$t\alpha$-ն՝վստահելի մեծությունն է:

$t\alpha$- չափանիշի փոխարեն Ե.Մ. Չետիրկինը առաջարկում է վերցնել գործակից (K*):

Օրինակ, անհրաժեշտ է կատարել կանխատեսում (պրոգնոզ) 1995-1998թթ. ընկած ժամանակաընթացքի համար ըստ ներքոհիշյալ աղյուսակ 4.7.1-ի տվյալների (գյուղացիական տնտեսությունում հացահատիկային մշակաբույսերի բերքատվության վերաբերյալ):

<u>**Աղյուսակ 4.7.1**</u>

Հացահատիկային մշակաբույսերի բերքատվությունը տնտեսությունում 1979-1994թթ.

Տարիները	ցենտներ 1 հա-ից	տարիները	ցենտներ 1 հա-ից
1979	9.5	1987	17.6
1980	13.7	1988	15.4
1981	12.1	1989	10.9
1982	14.0	1990	17.5
1983	13.2	1991	15.0
1984	15.6	1992	18.5
1985	15.4	1993	14.2
1986	14.0	1994	14.9

Նախ, որոշենք հացահատիկային մշակաբույսերի բերքատվության հիմնական միտումը (տենդենցը) տնտեսությունում 1980-1994թթ. համար, որի համար կազմենք հաշվարկային աղյուսակ 4.7.2-ը: Տենդենցը որոշենք ամենապարզագույն պոլինոմի հիման վրա՝ ուղիղ գծի հավասարման օգնությամբ: Լուծելով նորմալ հավասարումների համակարգը կգտնենք պահանջվող պարամետրերը. a_0=14.8; a_1=0.17:

Հետևաբար, հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը:

$\bar{Y}_t = 14.8 + 0.17t$, դա նշանակում է, որ ուսումնասիրվող ժամանակաընթացքում հացահատիկային մշակաբույսերի բերքատվությունը տնտեսությունում տարեկան միջին չափով բարձրացել է 0.17ց/հա: Հենց այս տրենդի հավասարումն էլ կօգտագործենք էքստրապոլյացիայի համար: Մեր հավասարման մեջ տեղադրելով t-ի համապատասխան նշանակությունները, կստանանք 1995-1998թթ. համար կետային պրոգնոզները (աղյուսակ 4.7.3, 2-րդ սյունը): Միջակայքին պրոգնոզների կառուցման համար հաշվարկենք տրենդի միջին քառակուսային սխալը $(\sigma_{yt} = 1.797)$ և K*1-ի նշանակությունները:

Աղյուսակ 4.7.2.

Հացահատիկային մշակաբույսերի բերքատվության դինամիկան տնտեսությունում և հավասարման պարամետրերի որոշումը ՓՔՄ-ով

Տարիները	բերքատվ. g/hա Yi	t	t^2	$Y_i t$	$\bar{Y}_t$
1980	13.7	-7	49	-95.9	13.6
1981	12.1	-6	36	-72.6	13.8
1982	14.0	-5	25	-70.0	13.9
1983	13.2	-4	16	-52.8	14.1
1984	15.6	-3	9	-46.8	14.3
1985	15.4	-2	4	-30.8	14.5
1986	14.0	-1	1	-14.0	14.6
1987	17.6	0	0	0	14.8
1988	15.4	1	1	15.4	15.0
1989	10.9	2	4	21.8	15.1
1990	17.5	3	9	52.5	15.3
1991	15.0	4	16	60.0	15.5
1992	18.5	5	25	92.5	15.7
1993	14.2	6	36	85.2	15.8
1994	14.9	7	49	104.3	16.0
ընդամենը	222.0	0	280	48.8	222.0

K*1-ի նշանակությունները վերցված են՝
Четыркин Е.М. Статистические   ды прогнизирования.-М.: Статистика, 1975. с 183 գրքից:

Պրոգնոզի արդյունքները ներկայացված են ներքոհիշյալ աղյուսակ 4.7.3-ում:

Դինամիկայի շարքերի վերլուծության ժամանակ երբեմն հարկ է լինում որոշել տվյալ շարքի ներսում գտնվող որոշ անհայտ մակարդակներ, այսինքն կատարել ինտերպոլյացիա:

Աղյուսակ 4.7.3

Հացահատիկային մշակաբույսերի բերքատվության կանխատեսվող նշանակությունները տնտեսությունում 1995-1998թթ. համար

Տարիները	t	Y_t	K*1	$\sigma_{\bar{y}_t} \cdot K^*$	$Y_{i+T} \pm \sigma_{\bar{y}_t} \cdot K^*$
A	1	2	3	4	5
1995	8	16.2	2.0153	3.6	12.6-19.8
1996	9	16.3	2.0621	3.7	12.6-20.0
1997	10	16.5	2.1131	3.8	12.7-20.3
1998	11	16.7	2.1680	3.9	12.8-20.6

Ինչպես էքստրապոլյացիան, այնպես էլ ինտերպոլյացիան կարող է կատարվել միջին բացարձակ հավելաճի, միջին աճի տեմպի հիման վրա և վերլուծական հարթեցման օգնությամբ: Այն հիմնված է նաև մակարդակների փոփոխության տենդենցի մասին այս կամ այն ենթադրության վրա, սակայն այդ պրոգնոզի բնույթը այլ է, այստեղ արդեն հարկ չի լինում ենթադրելու, որ անցյալի համար բնութագրական հանդիսացող տենդենցը կպահպանվի նաև ապագայում:

Ինտերպոլյացիայի դեպքում ենթադրվում է, որ ոչ բացահայտված միտումը, ոչ էլ նրա բնույթը չեն կրել էական փոփոխություններ այն ժամանակահատվածում, որոնց մակարդակները մեզ հայտնի չեն (անհայտ են): Այդպիսի ենթադրությունը սովորաբար հանդիսանում է ավելի հիմնավորված, քան ապագա տենդենցի մասին ենթադրությունն է:

ԹԵՄԱ 5.

ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ՏՎՅԱԼՆԵՐԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՄԱՆ ՀԻՄՆԱԽՆԴԻՐՆԵՐԸ

5.1. Տնտեսավիճակագրական վերլուծության հասկացությունը և հիմնական սկզբունքները

5.2. Ապրիոր վերլուծությունը և նրա դերը սոցիալ-տնտեսական երևույթների ուսումնասիրության մեջ

5.3. Տվյալների վերլուծության մաթեմատիկա-վիճակագրական մեթոդների համալիր կիրառումը

5.1. ՏՆՏԵՍԱՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅԱՆ ՀԱՍԿԱՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՍԿԶԲՈՒՆՔՆԵՐԸ

Վիճակագրական տվյալների վերլուծությունը և ընդհանրացումը (հանրագումարի բերումը) վիճակագրական հետազոտության ավարտական (վերջնական) փուլն է, որի վերջնական նպատակն է ուսումնասիրվող սոցիալ-տնտեսական երևույթների և պրոցեսների տենդենցների (միտումների) և օրինաչափությունների մասին տեսական եզրահանգումների և գործնական եզրակացությունների ստացումը:

Վերլուծությունը - դա օբյեկտի գիտական հետազոտության մեթոդն է նրա առանձին կողմերի և բաղկացուցիչ մասերի ուսումնասիրության ճանապարհով:

Տնտեսավիճակագրական վերլուծությունը իրենից ներկայացնում է մի մեթոդիկայի մշակում, որը հիմնված է տրադիցիոն (ավանդական) վիճակագրական և մաթեմատիկա-վիճակագրական մեթոդների լայնորեն կիրառման վրա, նպատակ ունենալով վերահսկելու ուսումնասիրվող երևույթների և պրոցեսների ադեկվատ արտացոլումը:

Վիճակագրական վերլուծության խնդիրներն են՝ ուսումնասիրվող երևույթների և պրոցեսների սպեցիֆիկայի և առանձնահատկությունների որոշումը և գնահատումը, դրանց կառուցվածքի, նրանց զարգացման փոխկախվածությունների և օրինաչափությունների ուսումնասիրումը:

Որպես վիճակագրական վերլուծության փուլեր առանձնացվում են՝

1.Վերլուծության նպատակի ձևակերպումը,

2.Տվյալների կրիտիկական գնահատումը,

3.Համեմատական գնահատումը և տվյալների համադրելիության ապահովումը,

4.Ընդհանրացնող ցուցանիշների ձևավորումը,

5.Ուսումնասիրվող երևույթների և պրոցեսների էական հատկությունների, առանձնահատկությունների, նմանությունների և տարբերությունների, կապերի և օրինաչափությունների կայունացումը (ֆիքսացիան) և հիմնավորումը,

6.Ուսումնասիրվող երևույթների զարգացման վերաբերյալ եզրակացությունների, եզրահանգումների ձևակերպումը և նրա ռեզերվների ու հեռանկարների մասին գործնական առաջարկությունների կատարումը:

Վերլուծության մեթոդները պետք է փոփոխվեն կախված ուսումնասիրվող երևույթների բնույթից, նրանց առանձնահատկություններից և դրսևորման ձևերից:

Տնտեսավիճակագրական վերլուծությունը պետք է կատարվի ներքոհիշյալ սկզբունքների խիստ պահպանման պայմաններում, որոնք հաշվի են առնում նրանց տնտեսական և վիճակագրական հերթականությունը (հաջորդականությունը):

Տնտեսական սկզբունքներն են՝

* ընդլայնված վերարտադրության տեսության տնտեսական օրենքներին և դրույթներին համապատասխանությունը,
* հասարակական-տնտեսական զարգացման ներկա փուլում տնտեսական քաղաքականության էության ադեկվատ արտացոլումը,
* կողմնորոշվածությունը վերջնական տնտեսական արդյունքների ուղղությամբ,
* ուսումնասիրվող օբյեկտի, ճյուղի և այլնի սպեցիֆիկայի հաշվի առնումը,
* առանձին հիերարխիկ մակարդակների սուբյեկտների՝ որպես միասնական ժողովրդատնտեսական մեխանիզմի ստորաբաժանումների շահերի փոխհամաձայնեցվածությունը:

Վիճակագրական սկզբունքներն են՝

* տնտեսավիճակագրական վերլուծության խիստ որոշված նպատակայնությունը,
* համակարգերի համաձայնեցվածությունը ըստ հորիզոնական և ուղղահայաց ուղղությունների,
* ժամանակի և տարածության մեջ համադրելիությունը /համեմատելիությունը/,
* օբյեկտը կամ երևույթը բնութագրող ցուցանիշների միջև տրամաբանական փոխկախվածությունը,
* վիճակագրական ցուցանիշների մեջ հետազոտության օբյեկտի համալիր և ամբողջական արտացոլումը,
* վերլուծականության առավելագույն աստիճանը:

5.2. ԱՊՐԻՈՐ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ՆՐԱ ԴԵՐԸ ՍՈՑԻԱԼ-ՏՆՏԵՍԱԿԱՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅԱՆ ՄԵՋ

Տնտեսական գործընթացի սուբյեկտների գործարար ակտիվության և արդյունավետության գնահատականը, ինչպես նաև հասարակության սոցիալական ենթակառուցվածքի դրության գնահատականը շատ բանով կախված է էմպիրիկ նյութի վիճակագրական վերլուծության որակից, ինչպես նաև այն բանից, թե որքանով ճիշտ կբացահայտվեն և գիտականորեն կհիմնավորվեն զարգացման օրինաչափությունները և տենդենցները: Քանակական մաթեմատիկա-վիճակագրական մեթոդների կիրառման հետ կապված հիմնական դժվարությունները նրանում են, որ դրանք բավականաչափ չեզոք են ուսումնասիրվող սոցիալ-տնտեսական պրոցեսների նկատմամբ: Այդ իսկ պատճառով էլ իրական սոցիալ-տնտեսական երևույթները բնութագրող վիճակագրական հետազոտության անցկացման (տեղեկատվական բազայի հիման վրա) կարևորագույն փուլ է հանդիսանում ելքային տվյալների քննադատական գնահատականը, նրանց արժանահավատության և գիտականորեն հիմնավորվածության տեսանկյունից վերցրած:

Վիճակագրական նյութի **քննադատական գնահատական** ասելով հասկանում ենք նրա համապատասխանությունը հետազոտության նպատակներին և խնդիրներին, նրա ամբողջականությունը, որակը և արժանահավատությունը:

Վիճակագրական տվյալների վերլուծությունից բխող եզրակացությունների և եզրահանգումների հուսալիությունը ապահովվում է ելքային տեղեկատվության մեջ անճշտությունների, անհամապատասխանության, անորոշությունների փոքրացմամբ (նվազեցմամբ):

Հասարակական զարգացման արդի փուլը բնութագրվում է տեղեկատվության տեղատարափությամբ, այդ իսկ պատճառով էլ անհրաժեշտ է ավելի շատ ժամանակ տրամադրել ելքային վիճակագրական տեղեկատվության քննադատական գնահատականին և ապրիոր վերլուծությունը:

Ապրիոր վերլուծության մեթոդները ներառում են՝

* հատկանիշների և երևույթների միջև տնտեսագիտորեն հիմնավորված և էական պատճառահետևանքային կապերի բացահայտումը,
* ուսումնասիրվող համակցության միասեռության գնահատականը (գնահատումը),

* ըստ ուսումնասիրվող հատկանիշների համակցության բաշխվածության բնույթի բնութագրի վերլուծությունը:

Վիճակագրական մեթոդներով վերլուծություն կատարելու ժամանակ կիրառվող հասկացությունները պետք է հստակորեն որոշված (սահմանված) լինեն:

Օրինակ, շինարարության մեջ աշխատանքի արտադրողականության ուսումնասիրության ժամանակ անհրաժեշտ է որոշել, այն պետք է հաշվարկել շինարարությունում զբաղված մեկ աշխատողի, թե մեկ բանվորի հաշվով: Անհրաժեշտ է նույնպես հստակորեն որոշել, թե ուսումնասիրվող երևույթը կամ պրոցեսը ժամանակի որ պահին կամ որ ժամանակաընթացքին է վերաբերում:

Գիտականորեն հիմնավորված վիճակագրական վերլուծության կատարման կարևորագույն նախադրյալներից է վիճակագրական համակցության միասեռությունը, որը ադեկվատ կերպով է արտացոլում իրական երևույթների և պրոցեսների զարգացման միտումները, պատճառահետևանքային կապերը և փոխկախվածությունները ստատիկայում և դինամիկայում:

Վիճակագրության համակցության միասեռության վերլուծությունը նպատակահարմար է կատարել հետևյալ հաջորդականությամբ.

* ամբողջ համակցության միասեռության աստիճանի որոշումը ըստ մեկ կամ մի քանի էական հատկանիշների,

* անոմալ դիտարկումների սահմանումը և վերլուծությունը,

* միասեռ համակցությունների առանձնացման օպտիմալ տարբերակի ընտրումը:

Վիճակագրության տեսության մեջ և գործնականում մշակված են տարբեր մոտեցումներ միասեռության աստիճանի գնահատման գծով: Համակցության միասեռության գնահատման պրոբլեմով զբաղվել են այնպիսի հայտնի գիտնականներ, ինչպիսիք են Յու.Աբոլենցևը, Գ.Կիլդիշևը, Վ.Օվսիենկոն և ուրիշներ:

Վիճակագրական վերլուծության գիտականորեն հիմնավորված արդյունքների ստացման կարևորագույն նախադրյալ է էմպիրիկ տվյալների՝ նորմալ օրենքին բաշխման մոտիկության մասին հիպոթեզի ստուգումը և կատարումը: Բաշխման նորմալ օրենքի համար բնութագրական է, որ՝

$$\mathrm{X} \approx \mathrm{M}_0 \approx \mathrm{M}e\ ,\ As = O\ ,\ E\chi = O:$$

Բախվածության բնույթի (բնութագրի) գնահատման գործում այսպիսի մոտեցման թերություններից մեկը համարվում է հիպոթեզի հաստատման համար վերլուծության մեջ X-ը Mo–ից, X-ը Me-ից և Mo–ն Me-ից եղած շեղումների չափերի /մեծությունների/ բավականաչափության (բավարարության) սուբյեկտիվության առկայությունը: Տվյալ դեպքում գործնականում կիրառվում են Պիրսոնի, Ռոմանովսկու, Յաստրեմսկու, Կոլմոգորովի չափանիշները:

Յուրաքանչյուր ուսումնասիրվող համակցություն բացի անմիջապես իրեն համար բնութագրական գործոնների ազդեցությունից առաջացած հատկանիշների նշանակություններից կարող է նաև պարունակել տվյալ համակցության համար ոչ բնութագրական այլ (ուրիշ) գործոնների ազդեցությունից եղած հատկանիշների նշանակություններ: Այդպիսի նշանակությունները հազվադեպ են առանձնացվում, և, հետևաբար, տվյալ համակցության համար վիճակագրական վերլուծության համապատասխան մեթոդոլոգիայի կիրառումը առանց նախնական այդ անոմալ դիտարկումների վերլուծության և ուսումնասիրության՝ կբերի լուրջ սխալների ստացմանը:

Համակցության մեջ անոմալ դիտարկումների դրսևորման պատճառները պայմանականորեն ստորաբաժանում են երկու խմբի.

1. արտաքին, որոնք առաջանում են տեխնիկական սխալների հետևանքով;

2. ներքին, օբյեկտիվորեն գոյություն ունեցող:

Հետազոտողի համար այդպիսի դիտարկումները իրենցից մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում, քանի որ առանձնակի հաշվի չառնված գործոնների ազդեցության հետևանքով կարող են պարունակել առանձնահատուկ (յուրահատուկ) տեղեկատվություն: Գործնականում կախված տեղի և ժամանակի կոնկրետ պայմաններից՝ միևնույն գործոնների ազդեցությունը ժամանակի յուրաքանչյուր կոնկրետ պահին /կամ ժամանակամիջոցում/ ավելի նշանակալի է, քան մյուս գործոնների ազդեցությունը:

Անոմալ դիտարկումների բացահայտման, վերլուծության այս կամ այն մեթոդի ընտրությունը որոշվում է հետազոտվող պրոցեսների և վճռվող խնդիրների (միաչափ կամ բազմաչափ) համակցության ծավալով:

Ինչպես դինամիկ, այնպես էլ ստատիկ վիճակագրական տեղեկատվության վերլուծության ժամանակ միաչափ խնդիրների իրագործման դեպքում առավել լայն տարածում է ստացել **անոմալ դիտարկումների բացահայտման մեթոդը,** որը հիմնված է q- վիճակագրի որոշման վրա.

$$q_t = \frac{|y_t - \bar{y}|}{\sigma_y}; \qquad (5.2.1)$$

որտեղ` $y_t$-ն ` շարքի առանձին մակարդակներն են,

$\bar{y}$ -ը` շարքի միջին մակարդակն է,

σ_y - ը` շարքի նշանակությունների` նրանց միջին մակարդակից եղած շեղման միջին քառակուսայինն է:

Եթե հաշվարկային նշանակության համար տեղի ունի $q_t \geq qt\, k_p(P)$ (5.2.2.) անհավասարությունը նախապես տրված հավանականության մակարդակով, ապա տվյալ դիտարկումները համարվում են անոմալ և սխալների պատճառների տրամաբանատնտեսագիտական վերլուծությունից հետո անոմալությունները ենթակա են փոխարինման ճշգրտվող նշանակություններով / «I» սխալի դեպքում/ և ենթակա չեն ճշգրտման /«II» սխալի դեպքում/:

Ճշգրտումը իրականացվում է ըստ հետևյալ սխեմայի.

1. Հաշվարկվում է շարքի մակարդակի նոր նշանակություն.

$$Y_{i(1)}^{(1)} = q_{kp}(P)\,\sigma_y + \bar{y} \qquad (5.2.3.)$$

2. $Y_{i(1)}$- ը շարքում փոխարինվում է $Y_i^{(1)}$ - ով:

3. Որոշվում են շարքի նոր բնութագրիչներ $Y_i^{(1)}$: $\bar{y}^{(1)}$ -ի և $\sigma y^{(1)}$ -ի հետ միասին:

4. $$Y_i^{(2)} = q_{kp}(P)\,\sigma_y^{(1)} + \bar{y}^{(1)} \qquad (5.2.4.)$$

5. Ստուգվում է $Y_i^{(1)}$ նշանակության անոմալությունը `

$$y_i^{(1)} - y_i^{(2)} \leq \varepsilon \qquad (5.2.5)$$

որտեղ` $\varepsilon$ – ը ` $Y_i^{(k)}$ - ի սահմանման ճշտության տրված մակարդակն է:

Եթե տվյալ պայմանը կատարվում է, ապա $Y_i^{(1)}$ նշանակությունը

համարվում է ճշգրտված, և ոչ թե անոմալ նշանակություն, այն $Y_i^{(1)}$ շարքում տեղ է զբաղեցնում և վերլուծության է ենթարկվում է $Y_i^{(2)}$ -ը:

Եթե պայմանը չի կատարվում, ապա պահանջվում է հաշվարկել $Y_i^{(2)}$ -ը և ստուգել անոմալությունը: Ճշգրտման պրոցեսը կրում է *իտերացիոն* բնույթ:

Դինամիկայի ուսումնասիրության ժամանակ ավելի լայն տարածում է ստացել **Իրվինի մեթոդը**, որը հիմնված է λ_i – վիճակագրի որոշման վրա: Դրա կիրառման դեպքում անոմալ դիտարկումների բացահայտումը կատարվում է հետևյալ սխեմայով.

$$\lambda_i = \frac{|y_i - y_{i-1}|}{\sigma_y}: \qquad (5.2.6.)$$

Եթե հաշվարկային նշանակությունը գերազանցում է կրիտիկական մակարդակին (ճշտության տրված մակարդակով և դիտարկումների թվով) (տես աղյուսակ 5.2.1.), ապա այն համարվում է անոմալ:

Աղյուսակ 5.2.1.

λ -ի աղյուսակավորված /табулированные/ նշանակությունները

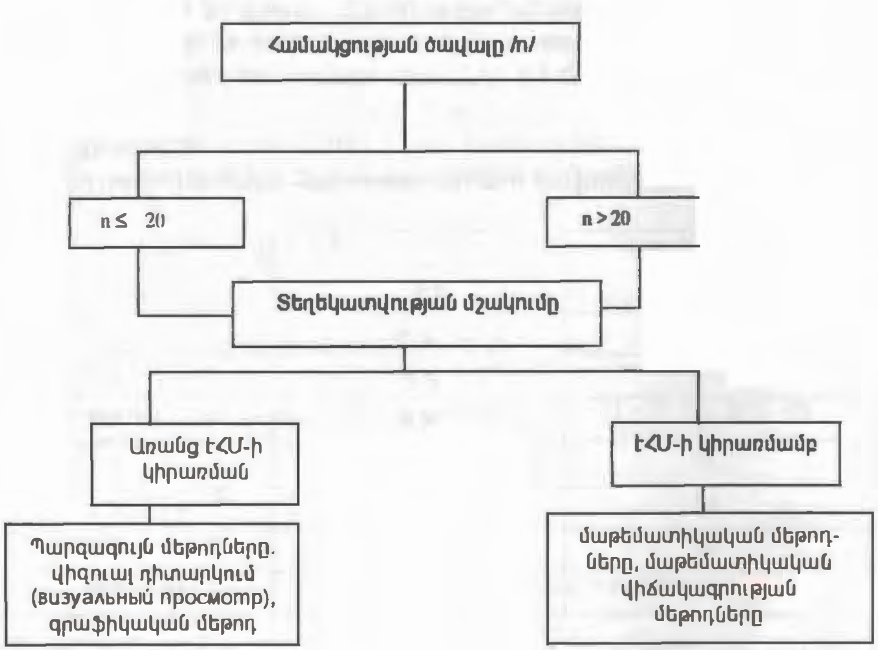
Դիտարկումների թիվը	λkp	
	0.95	0.99
2	2.8	3.7
3	2.2.	2.9
10	1.5	2.0
20	1.3.	1.8
30	1.3	1.7
50	1.1	1.6
100	1.0	1.5

Տվյալ մեթոդի իրացման սխեման նույնն է, ինչ որ նախորդինը, միայն այն տարբերությամբ, որ $\bar{y}$ - ը փոխարինվում է y_{i-1} –ով (այսինքն, շարքի նախորդ անդամով, կամ նշանակությամբ):

q–վիճակագրի հաշվարկման վրա հիմնված մեթոդը կիրառելի է ստացիոնար շարքերի համար, քանի որ վառ արտահայտված տենդենց ունեցող դինամիկ շարքերի վերլուծության համար օգտագործման դեպքում այն բերում է սխալների: Ավելի ճգրիտ է այն վիճակագրի կիրառումը, որում որոշվում են տրենդի հավասարմամբ ստացված տնտեսական նշանակություններից եղած շեղումները.

$$q_i = \frac{|y_i - \bar{y}_i|}{\sigma_y} : \qquad (5.2.7.)$$

Ընդհանուր տեսքով, համակարգելով վիճակագրական գրականության մեջ նկարագրված հարաբերության դիտարկումների վերլուծության մեթոդիկան, ելքային տվյալների մեջ անոմալության բացահայտման վիճակագրական մեթոդների աստիճանահարկումը /градация/ կարելի է ներկայացնել հետևյալ սխեմայով.



Սխեմա 5.2.1. Անոմալ դիտարկումների բացահայտման մեթոդները

Ուսումնասիրվող համակցությունից անոմալ դիտարկումների բացառման (ժխտման) աննպատակահարմարությունը իրականացվում է խմբավորումների մեթոդի լայնորեն կիրառմամբ:

Այրիոր վերլուծության փուլում վիճակագրական հետազոտությունների կարևորագույն խնդիրն է հանդիսանում միասեռ խմբերի առանձնացումը նույնիսկ անոմալ: Տվյալ դեպքում վերլուծության մեջ արդյունավետ է կիրառել բարդ կոմբինացված խմբավորումները՝ ընդարձակ (ընդլայնված) ստորոգյալով:

5.3. ՏՎՅԱԼՆԵՐԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ - ՎԻՃԱԿԱԳՐԱԿԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ՀԱՄԱԼԻՐ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ

Տվյալների վերլուծության տրադիցիոն վիճակագրական մեթոդների հետ մեկտեղ, իրական սոցիալ-տնտեսական երևույթների և պրոցեսների հետազոտության ժամանակ լայնորեն կիրառվում են մաթեմատիկա-վիճակագրական մեթոդներ՝ ելնելով հայրենական և արտասահմանյան մեթոդոլիգիայից:

Մաթեմատիկա- վիճակագրական մեթոդների համալիր կիրառումը ենթադրում է կոնկրետ երևույթների և պրոցեսների զարգացման օրինաչափությունների և միտումների, նրանց էության առավել լրիվ բացահայտում, նպատակ ունենալով ավելի ադեկվատ արտացոլելու դրանց հատկություններն ու առանձնահատկությունները, զարգացման ռեզերվները և հեռանկարները, ինչպես նաև դրանց կատարելագործման ուղիները:

Սոցիալ-տնտեսական երևույթների կառուցվածքի բարդացումը ենթադրում է դասակարգման մի շարք մեթոդների կիրառում և միասեռ խմբերի առանձնացում, որոնց կառուցման հիմքում ընկած են մոտիկության չափերը (մետրիկաները): Դրա էությունը այն է, որ համակցության մեջ ուսումնասիրվող օբյեկտների կամ երևույթների բաշխումը պետք է ենթարկվի նորմալ բաշխման օրենքին, որպեսզի ստացվեն այնպիսի մոդելներ, որոնք իրոք կարտացոլեն որակապես միասեռ խմբերի:

Տնտեսական երևույթների և պրոցեսների վերլուծության պրակտիկայում ավելի լայն տարածում են ստացել կլաստերային վերլուծությունը, գլխավոր բաղադրիչների /կոմպոնենտների/ մեթոդը, գործոնային վերլուծությունը:

Ենթադրենք, ունենք n օբյեկտ, որոնցից յուրաքանչյուրը բնութագրվում է k հատկանիշների հավաքածուով:

Պահանջվում է այդ համակցությունը բաժանել /տրոհել/ միասեռ խմբերի: Տրոհման արդյունքում ստացված խմբերը կոչվում են <u>**կլաստերներ,**</u> իսկ դրանց գտնման <u>մեթոդը՝**կլաստերային վերլուծություն:**</u>

Ավելի դժվար է համարվում այն օբյեկտների միասեռության որոշումը, որոնք տրված են լինում X_i և X_j $[P(Xi, Xj)]$ օբյեկտների միջև տարածության ներգրավմամբ:

Օբյեկտները միասեռ կլինեն $P(Xi;Xj) \leq P_{пор}$ –ի դեպքում, որտեղ՝ Рпор-ը տրված սահմանային /пороговое/ նշանակությունն է:

Տարածության կամ հեռավորության /P/ ընտրումը հանդիսանում է հետազոտության հիմնական պահերից մեկը, որից կախված են տրոհման վերջնական տարբերակները: Առավել տարածված են «մոտակա հարևանի» պրոցեդուրաները, որոնք հիմնված են ըստ համակցության ուսումնասիրվող հատկանիշների օբյեկտների մոտիկության վրա և «հեռավոր հարևանի» պրոցեդուրաները:

Կլաստերային վերլուծության խնդիրներում հաճախ կիրառում են <u>**էվկլիդովո և Խեմինգովո հեռավորությունները (տարածությունները):**</u>

Էվկլիդովո հեռավորությունը.

$$P_E\ (X_{i;}X_j) = \sqrt{(X_i^{1\ \ldots k} - X_j^{1,2,\ldots k})^2};$$

համեմատվում է երկու օբյեկտների մոտիկությունը ըստ մեծաքանակ հատկանիշների:

Խեմինգովո հեռավորությունը.

$$P_E\ (X_{i;}X_j) = \sum_{i,j}^{1.2,\ldots.k} (X_i^{1,2,\ldots k} - X_j^{1.2\ldots.k})$$

կիրառվում է որպես օբյեկտների տարանջատման (տարբերակման) չափ, տրված ատրիբուտիվային հատկանիշներով:

Մետրիկա-հեռավորության ընտրումը որոշվում է հատկանիշային տարածության կառուցվածքով և դասակարգման նպատակով:

Կլաստերային վերլուծության պրոցեդուրաների կիրառման ժամանակ համակցության օբյեկտների տարանջատումը որակապես միասեռ խմբերի կատարվում է միաժամանակ ըստ հատկանիշների մեծաքանակ թվաքանակի, սակայն, պահպանելով հետևյալ պայմանը. ոչ մի հատկանիշ իր նշանակությամբ չի առանձնացվում այնպես, որ խմբավորումը նրա հիման վրա լինի գլխավոր (այսինքն, ոչ մի հատկանիշ չի համարվում գլխավոր, էական հատկանիշ): Կլաստերային վերլուծության առանձնահատկությունը կայանում է նրանում, որ յուրաքանչյուր առանձնացված խմբի ներսում միավորների միջև եղած տարբերությունները աննշան են, իսկ խմբերի միջև եղած տարբերությունները՝ շատ էական (շատ նշանակալի):

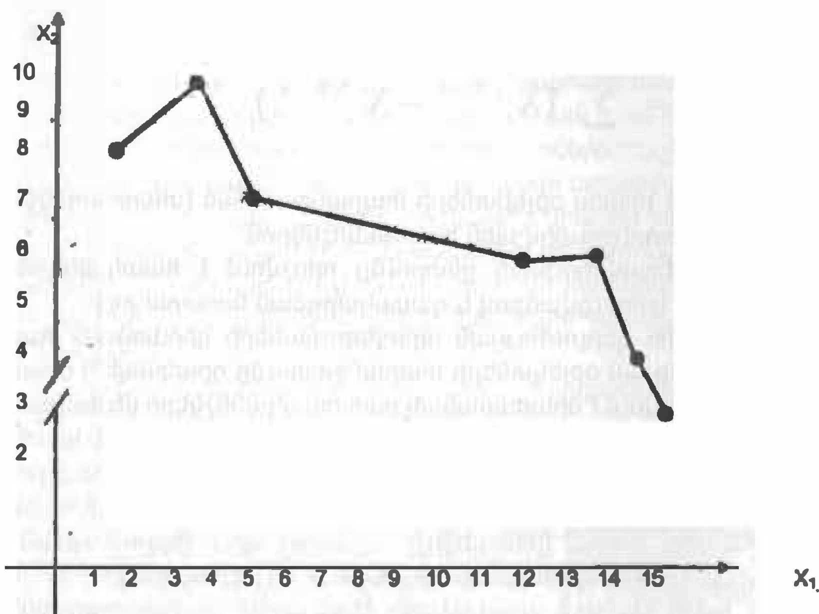
Օրինակ. Կատարել ներքոհիշյալ վեց օբյեկտների դասակարգում /որոնցից յուրաքանչյուրը բնութագրվում է երկու հատկանիշներով /աղյուսակ 5.3.1/

Աղյուսակ 5.3.1

հ/հ, ը/կ	1	2	3	4	5	6
X_1	2	4	5	12	14	15
X_2	8	10	7	6	6	4

որտեղ՝ X_1 –ը՝ թողարկված արտադրանքի ծավալն է;
X_2 –ը՝ հիմնական արդյունաբերաարտադրական ֆոնդերի միջին տարեկան արժեքն է:

Աղյուսակի տվյալները ներկայացնենք գրաֆիկորեն



Գծապատկեր 5.3.1 Թողարկված արտադրանքի ծավալի և հիմնական արդյունաբերաարտադրական ֆոնդերի միջին տարեկան արժեքի միջև եղած կախվածությունը

$$P(X_i,X_j)=\sqrt{\sum_{l=1}^{k}(X_il-X_jl)^2}$$, որտեղ՝

l - ը՝ հատկանիշներն են,
k-ն՝ հատկանիշների թիվը,

$P_{11}=0$

$P_{12}=\sqrt{(2-4)^2+(8-10)^2} = \sqrt{8}=2.83$

Հետագա հաշվարկները $P(X_i,X_j)$ նմանատիպ ձևով են կատարվում:

$P_{13}=3.16$; $P_{14}=10.19$; $P_{15}=12.17$; $P_{16}=13.60$;
$P_{23}=3.16$; $P_{24}=8.94$; $P_{25}=10.77$; $P_{26}=12.53$;
$P_{34}=7.07$; $P_{35}=9.06$; $P_{36}=10.44$; $P_{45}=2.00$;
$P_{46}=3.61$; $P_{56}=2.24$;

I. «Մոտակա հարևանի» սկզբունքը:

$$R_1=\begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6\\ \hline 1 & 0 & 2,83 & 3,16 & 10,19 & 12,17 & 13,60\\ 2 & & 0 & 3,16 & 8,94 & 10,77 & 12,53\\ 3 & & & 0 & 7,07 & 9,06 & 10,44\\ 4 & & & & 0 & \boxed{2} & 3,61\\ 5 & & & & & 0 & 2,24\\ 6 & & & & & & 0 \end{array}$$

$P_{min}=P_{45}=2$ (S_1; S_2; S_3; $S_{4,5}$; S_6)

$$R_2=\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4,5 & 6\\ \hline 1 & 0 & 2,83 & 3,16 & 10,19 & 13,60\\ 2 & & 0 & 3,16 & 8,94 & 12,53\\ 3 & & & 0 & 7,07 & 10,44\\ 4,5 & & & & 0 & \boxed{2,24}\\ 6 & & & & & 0 \end{array}$$

$$P_{min}=P_{4,5,6}=2,24\ (S_1;\ S_2;\ S_3;\ S_{4,5,6});$$

$$R_3=\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc}1 & 2 & 3 & 4,5,6\end{array}\\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4,5,6\end{array} & \begin{pmatrix}0 & \boxed{2,83} & 3,16 & 10,19\\ & 0 & 3,16 & 8,94\\ & & 0 & 7,07\\ & & & 0\end{pmatrix}\end{array}$$

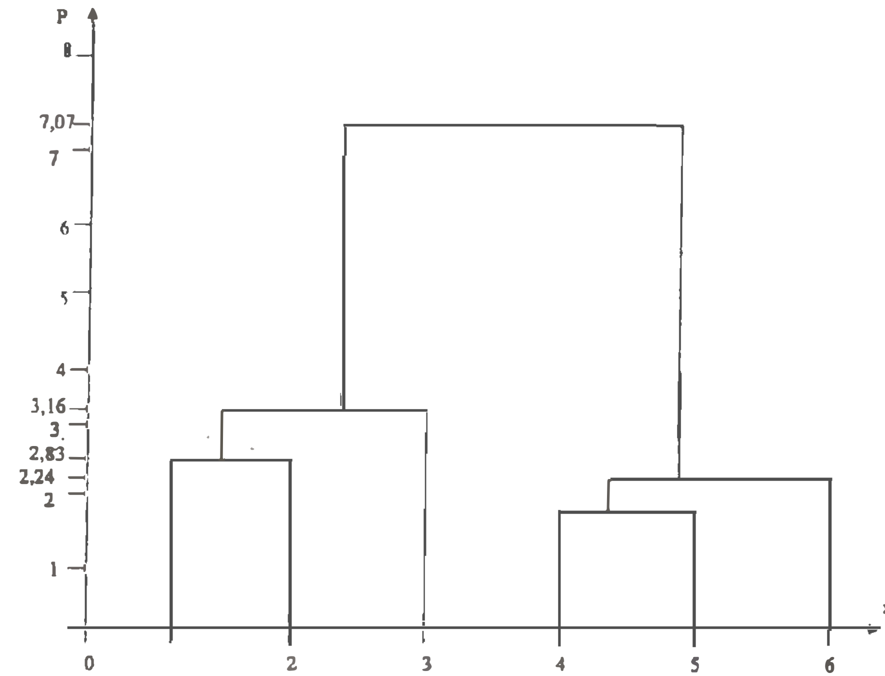
$$P_{min}=P_{12}=2,83\ (S_{1,2};\ S_3;\ S_{4,5,6});$$

$$R_4=\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}1,2 & 3 & 4,5,6\end{array}\\ \begin{array}{c}1,2\\3\\4,5,6\end{array} & \begin{pmatrix}0 & \boxed{3.16} & 8,94\\ & 0 & 7,07\\ & & 0\end{pmatrix}\end{array}$$

$$P_{min}=P_{1,2,3}=3,16\ (S_{1,2,3};\ S_{4,5,6});$$

$$R_5=\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc}1,2,3 & 4,5,6\end{array}\\ \begin{array}{c}1,2,3\\4,5,6\end{array} & \begin{pmatrix}0 & 7,07\\ & 0\end{pmatrix}\end{array}$$

Այսպիսով, կատարելով կլաստերային վերլուծություն ըստ «մոտակա հարևանի» սկզբունքի ստացանք երկու կլաստեր (գծապատկեր 5.3.2):



Գծապատկեր 5.3.2. դենդրոգրամմա:

II. «Մոտակա հարեւանի» սկզբունքը:

$$R_1=\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6\end{array}\\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4\\5\\6\end{array} & \begin{pmatrix}0 & 2,83 & 3,16 & 10,19 & 12,17 & 13,60\\ & 0 & 3,16 & 8,94 & 10,77 & 12,53\\ & & 0 & 7,07 & 9,06 & 10,44\\ & & & 0 & 2 & 3,61\\ & & & & 0 & \boxed{2.24}\\ & & & & & 0\end{pmatrix}\end{array}$$

$$P_{min}=P_{4,5}=2\ (S_1;\ S_2;\ S_3;\ S_{4,5};\ S_6);$$

$$R_2=\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc}1 & 2 & 3 & 4,5 & 6\end{array}\\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4,5\\6\end{array} & \left(\begin{array}{ccccc}0 & \boxed{2.83} & 3,16 & 12,17 & 13,60\\ & 0 & 3,16 & 10.77 & 12,53\\ & & 0 & 9,06 & 10,44\\ & & & 0 & 3,61\\ & & & & 0\end{array}\right)\end{array}$$

$$P_{min}=P_{1,2}=2,83\ (S_{1,2};\ S_3;\ S_{4,6};\ S_6;);$$

$$R_3=\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc}1,2 & 3 & 4,5 & 6\end{array}\\ \begin{array}{c}1,2\\3\\4,5\\6\end{array} & \left(\begin{array}{cccc}0 & \boxed{3.16} & 12,17 & 13,60\\ & 0 & 9,06 & 10,44\\ & & 0 & 3,61\\ & & & 0\end{array}\right)\end{array}$$

$$P_{min}=P_{1,2,3}=3,16\ (S_{1,2,3};\ S_{4,5};\ S_6;);$$

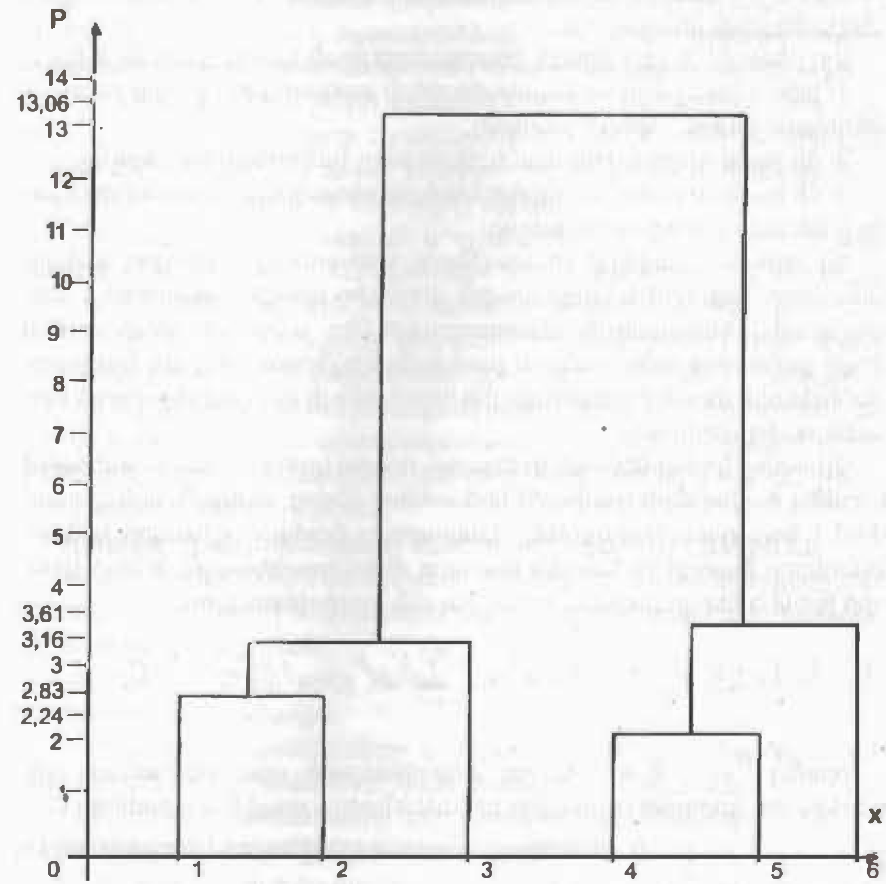
$$R_4=\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}1,2,3 & 4,5 & 6\end{array}\\ \begin{array}{c}1,2,3\\4,5\\6\end{array} & \left(\begin{array}{ccc}0 & 12,17 & 13,60\\ & 0 & \boxed{3.61}\\ & & 0\end{array}\right)\end{array}$$

$$P_{min}=P_{4,6,6}=3,61\ (S_{1,2,3};\ S_{4,5,6});$$

$$R_5=\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc}1,2,3 & 4,5,6\end{array}\\ \begin{array}{c}1,2,3\\4,5,6\end{array} & \left(\begin{array}{cc}0 & 13,60\\ & 0\end{array}\right)\end{array}:$$

Կատարելով կլաստերային վերլուծություն ըստ «հեռավոր հարևանի» սկզբունքի, ստացանք երկու կլաստեր (գծապատկեր 5.3.3.):

Կլաստերային վերլուծության արդյունքների հիման վրա ստացված մոդելները հնարավորություն են տալիս ուսումնասիրել միասեռ սոցիալ-տնտեսական երևույթները և պրոցեսները (ըստ հիմնական տնտեսատեխնիկական բնութագրերի և գործունեության պարամետրերի), ինչպես նաև որոշել դրանց գործարար ակտիվության աստիճանը:



Գծապատկեր 5.3.3, դենդրոգրամմա

Տնտեսական օբյեկտների և պրոցեսների գործունեության վերլուծության խորացման հետ համընթաց ուսումնասիրության մեջ սկսում են ներգրավվել հատկանիշների ավելի մեծ քանակություն: Այստեղ պահանջվում է հիմնախնդրին մոտենալ նրբանկատորեն, քանի որ օրինաչափությունը փոշիացվում է (մանրացվում է) կապերի բազմաքանակության վրա: Այդ իսկ պատճառով էլ նպատակահարմար է կատարել դասակարգում ըստ մի քանի ընդհանրացնող հատկանիշների, որոնք ստացվել են գլխավոր կոմպոնենտների մեթոդի կամ էլ գործոնային վերլուծության օգնությամբ:

Այդ մեթոդների կիրառման հնարավորության նախադրյալներն են՝

1/ խիստ կոռելացված հատկանիշների առկայությունը, որը բերում է տեղեկատվության կրկնողությանը;

2/ մի շարք գործոն հատկանիշների թույլ ինֆորմատիվությունը;

3/ մի քանի գործոն հատկանիշների ագրեգացման հնարավորությունը և նպատակահարմարությունը:

Եվ այսպես, չափերի (ծավալների) կրճատումը գլխավոր կոմպոնենտների մեթոդով և գործոնային վերլուծությամբ ենթադրում է արդյունքային հատկանիշի նկարագրությունից անցումը դեպի ավելի փոքր քանակությամբ, սակայն շատ ավելի ինֆորմատիվ գործոն հատկանիշներին (դրանց արդյունքային հատկանիշի վրա ազդեցության տեսանկյունից վերցրած):

Գլխավոր կոմպոնենտների մեթոդը, որպես կանոն, ուսումնասիրվում է որպես ծավալների (չափերի) կրճատման միջոց, սակայն, այն կիրառվում է նաև դասակարգումներ կատարելու համար: Գլխավոր կոմպոնենտների մեթոդը հիմնված է հետևյալ մաթեմատիկական մոդելի վրա, որը իրենից ներկայացնում է բազմաչափ բաշխվածություն

$$Y = V_{j1}F_1 + V_{j2}F_2 + \cdots + V_{jp}F_p = \sum_{p=1}^{n} V_{jp}F_p; \quad j = 1,2,\ldots,p$$

որտեղ՝ $V_{j1,2 \ldots p}$ -ն՝ j-երորդ փոփոխականի վրա ընդհանուր արդյունքային գործոնի (գլխավոր կոմպոնենտի) կշռային գործակիցն է;

$F_{1,2 \ldots p}$ - ն՝ ընդհանուր գործոնն է (գլխավոր կոմպոնենտն է):

Այս մեթոդի էությունը կայանում է այն ելքային գործոն հատկանիշների գծային կոմբինացիաների առանձնացման մեջ, որոնք ունեն առավելագույն հնարավոր դիսպերսիա: Ընդ որում, առաջին գլխավոր

կոմպոնենտը ունի առավելագույն դիսպերսիա և հանդիսանում է բոլոր հնարավոր ելքային հատկանիշների նորմավորված գծային կոմբինացիան, իսկ երկրորդը հաշվի է առնում մնացած դիսպերսիայի առավելագույն նշանակությունը և կոռելյացիոն ձևով կապված չէ առաջին կոմպոնենտի հետ:

Ամբողջությամբ վերցրած, եթե անցում կատարենք վերլուծության ենթակա հատկանիշների միջև եղած կապերի ուղղության և աստիճանի գնահատականին ռեգրեսիոն վերլուծության և գլխավոր կոմպոնենտների մեթոդների համատեղ օգտագործման հիման վրա, գլխավոր կոմպոնենտների հավասարումը ներառում է դրանց ավելի քիչ քանակություն, քան գործոն հատկանիշների քանակությունն է, քանի որ հետագա ուսումնասիրությունից պետք է բացառվեն (հանվեն) այն գլխավոր կոմպոնենտները, որոնց ավանդը (ներդրումը) ընդհանուր դիսպերսիայի մեջ էական չէ և կազմում է 10% -ից էլ պակաս:

Կոռելյացիոն վերլուծության և գլխավոր կոմպոնենտների մեթոդի համալիր կիրառումը արտահայտվում է հետազոտության մեջ ներգրավված ելքային հատկանիշների և համապատասխան գլխավոր կոմպոնենտների միջև կոռելյացիայի զույգային գործակիցների հաշվարկման մեջ: Կոռելյացիայի զույգային գործակցի նշանակության և հատկանիշի ընդհանուր վարիացիայում յուրաքանչյուր կոմպոնենտի ներդրման կամ ավանդի մասի (%-ային արտահայտությամբ) և ընդհանուր գնահատականի հիման վրա կատարվում է վիճակագրորեն առավել էական գլխավոր կոմպոնենտների ընտրում:

Գլխավոր կոմպոնենտների մեթոդի առավելություններն են.

* նշանակությունների մատրիցայում կոմպոնենտները տեղակայվում են սեփական նվազող հաջորդականությամբ, որը նպաստում է հատկանիշների դասակարգմանը,

* կոմպոնենտների թիվը համապատասխանում է ելքային գործոն հատկանիշների քանակին,

* գլխավոր կոմպոնենտները կոռելացված չեն միմյանց միջև, որը շատ էական է ռեգրեսիոն մոդելների կառուցման ժամանակ,

* գլխավոր կոմպոնենտները ամբողջությամբ պայմանավորում են ելքային գործոն հատկանիշների վարիացիան:

Գործոնային վերլուծությունը ենթադրում է ելքային տեղեկատվությունից դեպի այն ընդհանրացված (ամփոփ) գործոններին անցումը, որոնք հանդիսանում են դրանց սկզբնական ագրեգացիայի և գծային կոմբինացիայի արդյունք:

Գործոնային վերլուծության հիմնական մոդելը գծային է և ունի հետևյալ տեսքը.

$$Y_j = a_{1j}F_1 + a_{2j}F_2 + \cdots + a_{jp}F_p + d_jV_j$$

որտեղ՝ $F_{1,2,}$........, F_p- ն՝ ընդհանրացված գործոններն են, որոնք պայմանավորում են նրանց միջև սիստեմատիկ վարիացիան և կոռելյացիոն կապը;

a_{ij}- ն՝ գործոնային ծանրաբեռնվածություններն են;

V_j- ն՝ ընդհանուր գործոններով չբացատրված վարիացիան հաշվի առնող բնութագրական գործոններն են:

Գործոնային ծանրաբեռնվածությունները գնահատում են x_1, x_2,.....x_k ելքային հատկանիշների և F_j ընդհանրացված գործոնների միջև եղած կապի խտության աստիճանը: Կապը համարվում է էական, եթե կոռելյացիայի զույգային գործակիցը մեծ կամ հավասար է 0,5 բացարձակ նշանակությանը:

Գործնականում ընդհանուր գործոնի ներդրումը ընդհանուր դիսպերսիայի մեջ կազմում է ոչ պակաս , քան 80-90%:

Գործոնային և ռեգրեսիոն վերլուծության մեթոդների համատեղ կիրառումը անհնարին է առանց հաշվի առնելու նրանց միջև եղած առանձնահատկությունները և տարբերությունները: Ռեգրեսիոն վերլուծության կիրառման դեպքում մոդելի մեջ չեն կարող ներառվել արդյունքային հատկանիշի վրա ազդող բոլոր փոփոխականները, որը և բերում է տեղեկատվության որոշակի կորստի: Գործոնային վերլուծության հիման վրա մոդելի մեջ ընդգրկվում են ընդհանուր գործոնները, որոնք հանդիսանում են միմյանց հետ կապված տնտեսական մի շարք ելքային փոփոխականների իրական արտացոլում (դրանց հատկությունները վերարտադրող և բացատրող):

Մեծաքանակ գործոն հատկանիշներից անցումը դեպի ընդհանրացնող գործոններին (գլխավոր կոմպոնենտներին) չի բերում տեղեկատվության էական կորստի: Առանձին դեպքերում ընդհանուր գործոնները կարող են արտացոլել այն ելքային գործոն հատկանիշների հատկությունները, որոնք չեն կարող անմիջականորեն չափվել վիճակագրորեն և ազդել արդյունքի վրա:

Ռեգրեսիայի մոդելները ընդհանրացնող գործոնների և գլխավոր կոմպոնենտների վրա չեն պարունակում կոլլինեարապես կապված հատկանիշներ:

Սակայն, պրակտիկայում նպատակահարմար է կառուցել ռեգրեսիայի մոդելներ ելքային փոփոխականների վրա, քանի որ ընդհանուր գործոնների և գլխավոր կոմպոնենտների կիրառումը բավականաչափ բարդացնում է մոդելի պարամետրերի տնտեսական մեկնաբանումը;

Էմպիրիկ տվյալների ստատիկ և դինամիկ համակցությունների գնահատման վիճակագրական վերլուծության մեթոդոլոգիայի ամբողջականությունը իրականացվում է հետևյալ հաջորդականությամբ.

<u>Ա. Վիճակագրական տեղեկատվության համալիր վերլուծության մեթոդիկան և պատճառահետևանքային կապերի բացահայտումը:</u>

<u>Ելքային վիճակագրական տվյալների ապրիոր վերլուծությունը:</u>

1. Ելքային տվյալների ընդհանրացումը (ամփոփումը).

ա) ըստ յուրաքանչյուր ուսումնասիրվող ցուցանիշի միջակայքային վարիացիան շարքերի կառուցումը նախապես որոշված նպատակային խմբերի քանակության հիման վրա,

բ) ստացված բաշխման շարքերի գրաֆիկական արտապատկերումը հիստոգրամմայի, պոլիգոնի, կումուլյատիվ կորի և օգիվի տեսքով:

2. համակցության միասեռության գնահատումը.

ա) խմբավորումների մեթոդի,

բ) վարիացիայի ցուցանիշների,

գ) անոմալ դիտարկումների վերլուծության (λ և q – վիճակագրի) հիման վրա:

3.Ելքային տվյալների համակցության բաշխվածության բնույթի գնահատականը.

ա) միջինների, մոդայի, վարիացիայի ցուցանիշների հաշվարկումը և վերլուծությունը,

բաշխվածության բնույթի վերաբերյալ եզրակացությունը. արդյո՞ք էմպիրիկ բաշխվածությունները, որոնք ստացվել են վարիացիոն շարքերի տեսքով, մոտիկ են պատահական մեծությունների նորմալ բաշխմանը, թե ոչ: Այդ նպատակով կարող են կիրառվել միջին մեծություններ և վարիացիայի ցուցանիշների հարաբերակցության տարբեր մոդիֆիկացիաներ:

բ) տվյալների ստուգումը հետևյալ չափանիշներից որևէ մեկի հիման վրա. Պիրսոնի, Յաստրեմսկու, Ռոմանովսկու:

<u>Ա.Սոցիալ-տնտեսական երևույթների կապերի մոդելավորումը:</u> 32

1.Գործոն հատկանիշների ընտրումը.

ա) էքսպերտային գնահատականների մեթոդը և կոռելյացիայի ռանգային գործակիցները որպես էքսպերտային տեղեկատվության գործիք,

բ) գրաֆիկական մեթոդը որպես արդյունքային հատկանիշի՝ գործոն հատկանիշներից յուրաքանչյուրի հետ ունեցած փոխկախվածության ակնառու արտացոլման եղանակ,

գ) կոռելյացիոն վերլուծության մեթոդը ելքային հատկանիշների միջև եղած զույգային և մասնակի փոխկախվածությունների բնույթի գնահատման գործում: Կոռելյացիայի զույգային, մասնակի և բազմակի գործակիցների հաշվարկը: Կապերի ուսումնասիրությունը մուլտիկոլլինեարության գծով:

2.Կապի մոդելի կառուցումը և նրա էականության (էական լինելու) գնահատականը.

ա) մոդելի պարամետրերի հաշվարկը փոքրագույն քառակուսիների մեթոդով,

բ) կապի հավասարման կառուցումը քայլային ռեգրեսիոն վերլուծության մեթոդով,

գ) ուսումնասիրվող սոցիալ-տնտեսական երևույթի նկատմամբ կիրառվող ռեգրեսիոն մոդելի ադեկվատության ստուգումը.

* մոդելի մեջ ընդգրկված գործոն հատկանիշների համար ռեգրեսիայի գործակիցների նշանակության ստուգումը Ստյուդենտի t - չափանիշի հիման վրա,

* ռեգրեսիայի հավասարման նշանակության ստուգումը Ֆիշերի –Սնեդեկորի F-չափանիշի հիման վրա,

* ապրոքսիմացիայի միջին սխալի (ε) հաշվարկը և վերլուծությունը,

* միջին քառակուսային սխալի ($\sigma_{ош}$) և մնացորդային դիսպերսիայի (σ^2_{ocm}) վերլուծությունը,

3.Կապի մոդելի (ռեգրեսիայի հավասարման) մեկնաբանումը: Այդ նպատակի համար հաշվարկվում և վերլուծության են ենթարկվում.

ա) β - գործակիցները, կապի մոդելը կառուցվում է ստանդարտացված մասշտաբով,

բ) էլաստիկության մասնակի գործակիցները ($Э_{xi}$),

գ) դետերմինացիայի մասնակի և բազմակի գործակիցները,

դ) Δ_{xi} - գործակիցները;

ե)Q_i-գործակիցները;

<u>Բ. Դինամիկ տեղեկատվության համալիր վերլուծության և կանխատեսումների մեթոդիկան:</u>

I. <u>Տենդենցի (միտման) վերլուծությունը և կանխատեսումը</u>:

1. Անոմալ դիտարկումների գնահատումը λ և q վիճակակիրների հիման վրա:

2. Դինամիկայի շարքերի վերլուծական $(\Delta_i,\ T_p$ և $T_{пр})$ և միջին ցուցանիշների հաշվարկը և դրանց հիման վրա սոցիալ-տնտեսական երևույթների տենդենցների և զարգացման օրինաչափությունների վերլուծությունը:

3. Դինամիկայի շարքերում միջինների և դիսպերսիաների տենդենցի առկայության որոշումը ներքոհիշյալ մեթոդների հիման վրա.

* Ֆոստերի – Ստյուարտի,

* դինամիկայի շարքի միջին մակարդակների համեմատության:

4. Ավտոկոռելյացիայի տենդենցի առկայության որոշումը (կապային դինամիկայի շարքերի համար).

ա) առաջին ցիկլի գործակցի,

բ) Նեյմանի չափանիշի,

գ) Դարբին-Ուոտսոնի չափանիշի հիման վրա:

5. Դինամիկայի շարքի հիմնական միտման բացահայտումը հետևյալ մեթոդներով.

ա) միջակայքի խոշորացման,

բ) ըստ ձախ և աջ կեսերի միջինացման,

գ) պարզ և կշռված սահող միջինների,

դ) վերլուծական հարթեցման և պարամետրերի հաշվարկման, ըստ

* վերջնական տարբերությունների;

* միջին նշանակությունների (գծային շեղումների),

* փոքրագույն քառակուսիների մեթոդների:

6.Տրենդի ընտրված հավասարման ադեկվատության գնահատումը.

ա) էմպերիկ տվյալների՝ տեսականներից (հաշվարկայիններից) ունեցած շեղումների քառակուսիների գումարի առավելագույն փոքրացման հիման վրա,

բ) միջին քառակուսային շեղման հիման վրա,

գ) ապրոքսիմացիայի միջին սխալի հիման վրա:

7. Դինամիկայի շարքերի կոռելյացիան: Ավտոկոռելյացիան բացառող մոդելները՝

ա) հաջորդական կամ վերջնական տարբերությունների մեթոդով, բ) հատկանիշների էմպիրիկ նշանակությունների հարթեցվածներից եղած շեղումների մեթոդով,

գ) Ֆրիշի-Բոուի մեթոդով:

8. Դինամիկայի կանխատեսումը պարզագույն մեթոդների հիման վրա.

* շարքի միջին մակարդակի,
* միջին բացարձակ հավելաճի,
* աճի միջին տեմպի,
* գծային տրենդի:

II. <u>Պարբերական (պերիոդիկ) կոմպոնենտի բացահայտումը: Սեզոնային տատանումների մոդելները:</u>

ա) ելքային տվյալների գրաֆիկական վերլուծությունը,

բ) միջինի և դիսպերսիայի միտման (տենդենցի) բացահայտումը

գ) դինամիկայի շարքում սեզոնային կոմպոնենտի առկայության ստուգումը «գագաթ»-ների և «փոս»-երի չափանիշների հիման վրա,

դ) տրենդի հավասարման պարամետրերի հաշվարկը և դինամիկայի շարքի տեսական մակարդակների հաշվարկը ըստ տրենդի,

ե) ըստ տրենդի փաստացի մակարդակների՝ հարթեցվածներից եղած բացարձակ և հարաբերական շեղումների որոշումը: Գրաֆիկական մեթոդը դինամիկայի շարքի էմպիրիկ և տեսական նշանակությունների մակարդակների շեղումների ամպլիտուդայի վերլուծության մեջ,

զ) բացարձակ և հարաբերական փաստացի մակարդակների ստուգումը, ավտոկոռելյացիայի առկայությունը:

է) սեզոնային ալիքի մոդելի կառուցումը ըստ փաստացի տվյալների տրենդից ունեցած շեղումների հարմոնիկական վերլուծության մեթոդներով: Ֆուրյեի հարմոնիկայի որոշումը որպես դինամիկայի շարքի մակարդակների փոփոխության պարբերականությունը լավագույնս արտացոլող եղանակի.

* ըստ հարմոնիկայի էմպերիկ տվյալների՝ հարթեցվածներից եղած շեղումների քառակուսիների գումարի առավելագույն փոքրացման հիման վրա,
* միջին քառակուսային սխալի հիման վրա:

Եվ այսպես, սոցիալ-տնտեսական երևույթների և պրոցեսների ուսումնասիրումը համալիր վերլուծության, ընդհանրացման և կանխատեսման հիման վրա տրադիցիոն (ավանդական) վիճակագրական և

մաթեմատիկա-վիճակագրական մեթոդների կիրառմամբ հնարավորություն է տալիս խորապես ուսումնասիրելու պատճառա-հետևանքային կապերը և օրինաչափությունները և ցույց տալ ուսումնասիրվող երևույթի կամ պրոցեսի բնույթը:

Խնդիրներ գործնական (լաբորատոր) աշխատանքների համար «էկոնոմետրիկայի հիմունքները» առարկայից

~~Թեմա 1.~~

Էկոնոմետրիկայի (էկոնոմետրիայի) առարկան

~~Խնդիր 1.1.~~

Ենթադրենք, որ տնտեսական դինամիկայի մոդելավորման համար որոշ ժամանակային միջակայքում պահանջվում է նկարագրել մաթեմատիկորեն այնպիսի մակրո- ցուցանիշների, ինչպիսիք են սպառումը, ինվեստիցիաները (ներդրումները) և ազգային եկամուտը, կախվածությունը, մի շարք առավել կարևոր գործոններից: Եվ ընդունենք, որ հետազոտության հումանիտար փուլում տնտեսագետները բացահայտել են, որ.

1. սպառումը իրենից ներկայացնում է ազգային եկամտից եղած աճողական ֆունկցիա՝ հաշվի առած եկամտահարկը, ընդ որում դրա աճը ավելի դանդաղ է, քան եկամտի աճը,
2. ինվեստիցիաների ծավալը իրենից ներկայացնում է ազգային եկամտի աճողական ֆունկցիա և պետական կարգավորման գործոնների (օրինակ, տոկոսի նորմայի) նվազողական ֆունկցիա,
3. ազգային եկամուտը իրենից ներկայացնում է ապրանքների և ծառայությունների սպառողական, ինվեստիցիոն և պետական մթերումների գումար:

Այս երեք ցուցանիշների վերլուծական տեսքը ստանալու նպատակով կատարենք հետևյալ նշանակումները:

t- ժամանակի պարամետրն է (t- երկրորդ տարի),

C_t - սպառումն է t տարում;

I_t - ինվեստիցիաներն են t տարում;

Y_t - ազգային եկամուտն է t տարում;

Z_t - պետական մթերումներն են t տարում;

N_t - եկամտահարկն է t տարում;

R_t - պետական կարգավորման գործոնն է t տարում;

C_t, I_t ,Y_t փոփոխականները հանդիսանում են էնդոգեն (ներքին, անհայտ) փոփոխականներ, իսկ Z_t , N_t , R_t փոփոխականները՝ էկզոգեն, այսինքն՝ արտաքին, տրված հայտնի փոփոխականներ: Էկզոգեն և էն-

դոգեն փոփոխականները նկարագրելու ժամանակ, առաջին հերթին անհրաժեշտ է կատարել հիպոթեզ այդ կախվածությունների համեմատականության բնույթի, ֆունկցիաների տիպերի (գծային, ոչ գծային), ֆունկցաների տեսակների (պոլինոմիալ, աստիճանային, լոգարիթմական և այլն) մասին:

Այս հարցի վերջնական լուծման համար պահանջվում են բազմաթիվ էքսպերիմենտներ (փորձեր): Սկզբնական վերլուծության ժամանակ սովորաբար ընտրում են առավել պարզ կախվածություններ:Այդ իսկ պատճառով էլ վերը նշված ենթադրությունների հիման վրա կարելի է սկսել հետևյալ գծային կախվածություններից.

$$\begin{cases} C_t = a^0 + a^1 (Y_t - N_t); \\ I_t = \beta^1 I_{t-1} + \beta^2 R_t; \\ Y_t = C_t + I_t + Z_t; \end{cases}$$

որտեղ՝ a^0-const, իսկ a^1, β^1, β^2- խնդրի պարամետրերն են, որոնք ցույց են տալիս ընթացիկ ժամանակաշրջանում էնդոգեն փոփոխությունների ռեակցիան էկզոգեն և լագային էնդոգեն փոփոխականների (y_t -1) վրա:

Ոչ բարդ ձևափոխությունների օգնությամբ կարելի է բոլոր կախյալ փոփոխականները արտահայտել անկախ փոփոխականների միջոցով՝

$$\begin{cases} C_t = \dfrac{a^0}{1-a^1} + \dfrac{a_1\beta^1}{1-a^1} \, y_{t-1} + \dfrac{a^1\beta^2}{1-a^1} R_t + \dfrac{a^1}{1-a^1}(Z_t - N_t); \\ I_t = \beta^1 \, y_{t-1} + \beta^2 R_t; \\ y_t = \dfrac{a^0}{1-a^1} + \dfrac{\beta^1}{1-a^1} y_{t-1} + \dfrac{\beta^2}{1-a^1} R_t + \dfrac{1}{1-a^1} Z_t - \dfrac{a^1}{1-a^1} N \end{cases}$$

Այժմ կարելի է կատարել մոդելի պարամետրերի որոշ որակական վերլուծություն: Նախ, ինչպես երևում է առաջին և երրորդ հավասարումներից, սպառման և ազգային եկամտի դրական նշանակության համար պետք է $0<a^1<1$, ինչպես երևում է երկրորդ հավասարումից՝ ինվեստիցիաները դրական իմաստով ընկալելու համար պետք է $\beta^1 > 0, \beta^2 < 0$:

Երկրորդ, քանի որ 1.1 մոդելը գծային է, մի քանի էկզոգեն փոփոխականների միաժամանակ փոփոխությունից ստացված էֆեկտը հավասար կլինի մասնակի էֆեկտների գումարին: Այսպես, օրինակ, պետական մթերումների ծավալի և հարկերի մեկ միավորով միաժամանակ աճը սպառումը և ինվեստիցիաները կթողնի անփոփոխ, իսկ ազգային եկամտի համապատասխան հավելաճը հավասար կլինի մեկի:

Երրորդ, կարելի է վերլուծել ցուցանիշների փոփոխության չափերը առաջացած յուրաքանչյուր գործոնի ազդեցությունից: Օրինակ, պետական կարգավորման յուրաքանչյուր գործոնի նշանակության մեկ միավորով աճը (մեծացումը) կբերի $a^1\beta^2/(1-a^1)$ չափով սպառման փոփոխության, իսկ ներդրումների՝ β^2 չափով փոփոխության, սա նշանակում է, որ պետական կարգավորման ուժեղացումը (խստացումը) կփոքրացնի և սպառման, և ինվեստիցիաների չափերը:

Այդպիսի բովանդակալից վելուծությունը կարելի է շարունակել:

Պարզ երևում է, որ մոդելից ստացված եզրակացրությունները չեն հակասում իրականությանը և խոսում են մոդելի ճիշտ ընտրության օգտին: Սակայն, այս որակյալ տեղեկատվությունը զուտ ապրիոր է և կարիք է զգում թվային տեղեկություններով հաստատման: Հենց թվային տեղեկությունների հիման վրա է պահանջվում հաստատել մոդելի գծային լինելու մասին հիպոթեզը և հակառակ դեպքում ուսումնասիրել առավել բարդ կախվածությունները, այն է համեմատել առանձին էկզոգեն փոփոխականների՝ յուրաքանչյուր էնդոգեն փոփոխականի վրա ազդեցության արդյունավետության չափը (թվային նշանակությունները), ստուգել մոդելի կայունությունը պարամետրերի թվային նշանակությունների փոփոխության դեպքում: Սակայն շատ կարևոր է հաշվի առնել նաև հետևյալ հանգամանքը. 1.1. մոդելում հնարավոր է, որ հաշվի են առնված ամենաէական գործոնները (էկզոգեն փոփոխականները), որոնցից կախված են էնդոգեն ցուցանիշները, սակայն իհարկե ոչ բոլորը՝ մոդելի սահմաններից դուրս են մնացել բազմաթիվ, այսպես կոչված, երկրորդական գործոններ: Այդ իսկ պատճառով էլ աջ և ձախ կող-

մերի միջև հավասարությունը պահպանելու նպատակով յուրաքանչյուր հավասարության (հարաբերակցության) մեջ հարկավոր է ներմուծել չհամաձայնող մեծություն (ստոխաստիկ սխալ).

$$C_t = f_1 + U_1;$$

$$I_t = f_2 + U_2;$$

$$Y_t = f_3 + U_3;$$

Այստեղ f_1 , f_2 , f_3 -ը 1.1. հավասարման աջ մասերի նշանակումներն են: U_1, U_2, U_3 ստոխաստիկ սխալները կարելի է գնահատել միայն վիճակագրական տվյալների օգնությամբ և տեսահավանական մեթոդների շնորհիվ: Ահա այսպիսի մոդելները կոչվում են էկոնոմետրիկ մոդելներ:

Էկոնոմետրիկ մոդելները համեմատած անալիտիկ մոդելների հետ ավելի ճշգրիտ են և ավելի մանրակրկիտ, չեն պահանջում կոպիտ ենթադրություններ և հնարավորություն են տալիս հաշվի առնել բազմաթիվ գործոններ: Նրանց հիմնական թերություններն են մեքենայական մշակման համար ժանամակի հսկայական ծախսումները (նրանց կառուցման և վերլուծության ժամանակ) և օպտիմալ լուծումները գտնելու համար ծայրահեղ դժվարությունները:

Տնտեսամաթեմատիկական հետազոտությունների առավել էֆեկտիվ մեթոդիկա է վերլուծական և էկոնոմետրիկ մոդելների միաժամանակ կիրառումը: Վերլուծական մոդելը հնարավորություն է տալիս ընդհանուր գծերով բացահայտել տվյալ երևույթի էությունը, նշել նրա հիմնական օրինաչափությունները: Իսկ այդ նախանշված օրինաչափությունների ժխտումը (վերացումը)՝ բացառումը էկոնոմետրիկ մոդելների առավելությունն է: Այս տեսանկյունից էկոնոմետրիկայի կարևորագույն խնդիրն է հանդիսանում մաթեմատիկական վիճակագրության մեթոդների օգնությամբ փաստացի (էմպիրիկ) նյութերի հիման վրա տեսականտնտեսագիտական ենթադրությունների և եզրահանգումների ստուգումը: Ընդհանրապես էկոնոմետրիկական մոդելը կարող է բովանդակել մի քանի հավասարումներ, իսկ յուրաքանչյուր հավասարման մեջ՝ մի շարք փոփոխականներ: Այդպիսի ընդարձակ մոդելի պարամետրերի գնահատման խնդիրը վճռվում է բարդ և հրաշալի մեթոդների օգնությամբ: Միաժամանակ, դրանք բոլորը ունեն միևնույն տեսական հիմքը:

Թեմա 2.

Զույգային ռեգրեսիա – կոռելյացիա

Խնդիր 2.1.

Կան հետևյալ տվյալները ֆիրմաների գործարար ակտիվության վերաբերյալ. շահույթը (մլն դրամով) և արտադրված արտադրանքի մեկ դրամական միավորին ընկնող ծախսերը (դրամով).

Աղյուսակ 2.1.

Զույգային գծային ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերի հաշվարկման համար հանրագումարների հաշվարկը (տվյալները պայմանական են)

Հ/Հ ը/կ	Արտադրված արտադրանքի մեկ դրամական միավորին ընկնող ծախսերը (դրամ) X	Շահույթը, մլն. դրամ y	X^2	XY	$\overline{Y}_x$
1	77	1070	5929	82390	1016
2	77	1001	5929	77077	1016
3	81	789	5561	63909	853
4	82	779	6724	63878	812
5	89	606	7921	53934	527
6	96	221	9216	21216	242
Ընդամենը	502	4466	42280	362404	4466

Ենթադրություն կատարենք ուսումնասիրվող հատկանիշների միջև եղած գծային կախվածության առկայության մասին:

Այս խնդրի համար նորմալ հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y; \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

$6a_0+502a_1=4466;$

$502a_0+42280a_1=362404$

Այստեղից. $a_0=4153{,}88$; $a_1=-40.75$:

Հետևաբար

$$\overline{Y}_x = 4153.88-40.75x$$

Խնդիր 2.2.

Պահանջվում է որոշել կանոնադրական կապիտալի և ձեռնարկություններում զբաղվածների թվաքանակի միջև եղած կախվածությունը, որոնք իրենց բաժնետոմսերը 1996 թվականին դրել են աճուրդի (աղյուսակ 2.2.) ;

Այժմ ենթադրություն կատարենք ուսումնասիրվող հատկանիշների միջև եղած գծային կախվածության առկայության մասին:

Աղյուսակ 2.2.

1996թ. աճուրդին ներկայացված ձեռնարկությունների բաշխումը ըստ կանոնադրական կապիտալի մեծության և զբաղվածների թվաքանակի (տվյալները պայմանական են)

Կանոնադրական կապիտալ, մլն. դրամ Y		Զբաղվածների թիվը մարդ (X) 14-70	70-126	126-182	182-238	Ձեռնարկությունների թիվը, f_y	$Y f_y$	$XY f_y$
	xi / yi	42	98	154	210			
745 - 2684	1714,5	4	6	2	3	15	25717.5	2904363
2684 - 4624	3664,0	1	3	-	-	4	14616.0	1227744
4624 - 6564	5594,0	-	1	1	-	2	11188.0	1409688
6564 8503	7533.5	1	1	2	-	4	30.134.0	3375008
8503 - 12842	87172.5	2	-	1	2	5	335862.5	44199505
Ձեռնարկությունների թիվը, f_x	-	8	11	6	5	30	417518.0	53116308
$X f_x$	-	336	1078	924	1050	3388		
$X^2 f_x$	-	14112	105644	142296	220500	482552		

Ռեգրեսիայի հավասարման գործակիցների որոշման համար նորմալ հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x\, f_x = \sum y\, f_y; \\ a_0 \sum x\, f_x + a_1 \sum x^2 \cdot f_x = \sum xy \quad f_y; \end{cases}$$

որտեղ՝ n=30 -ի՝ վերլուծության ենթակա ձեռնարկությունների թիվն է;
fx; fy-ը ձեռնարկությունների թիվն է համապատասխանաբար ըստ գործոն և արդյունքային հատկանիշների բաշխվածության համաձայն;
Yfy; Xfx - արդյունքային և գործոն հատկանիշների նշանակությունն է ըստ ձեռնարկությունների կոնկրետ խմբի:

Այսպես,առաջին խմբի համար կունենանք

Yfy=1714.5 · 15=25717.5;
X fx=42 · 8=336;
Xyfy =1714.5 · 4 · 42+ 1714.5 · 6 · 98 + 1714.5 · 2 · 154 + 1714.5 · 3 · 210 = 29.4363
X^2 fx= 42 · 42 · 8=14112:

Այսպիսով, համակարգի մեջ տեղադրելով գումարային նշանակությունները, կստանանք.

$$\begin{cases} 30a_0+3388a_1=417518; \\ 3388a_0+482552a_1=53116308; \end{cases}$$

a_0=7177.6; a_1=59.7:

Այստեղից. $Y_x = 7177.6 + 59.7x$

Խնդիր 2.3.

Աղյուսակ 2.3-ի տվյալների հիման վրա կիրառել կոռելյացիոն-ռեգրեսիոն վերլուծության մեթոդը զույգային կոռելյացիայի կապի առկայության բացահայտման նպատակով:

Կան հետևյալ տվյալները ըստ առևտրի միանման ձեռնարկությունների տիպային սարքավորումների տարիքի (շահագործման ժամկետ) և նրա վերանորոգման վրա կատարված ծախսերի վերաբերյալ:

Աղյուսակ 2.3.

Ձեռնարկությունների հերթական համարները	Սարքավորման շահագործման ժամկետը (հասակը, տարի)	Վերանորոգման վրա կատարված ծախսերը (հազ.դրամ)
1.	4	1.5
2.	5	2.0
3.	5	1.4
4.	6	2.3
5.	8	2.7
6.	10	4.0
7.	8	2.3
8.	7	2.5
9.	11	6.6
10.	6	1.7

Կիրառենք կապի ուղղագիծ ձևը.

$$\bar{Y}_x = a_0 + a_1 x$$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum X = \sum y; \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

ՓՔՄ-ի օգնությամբ a_0 և a_1 պարամետրերը կարող ենք գտնել հետևյալ բանաձևերի հիման վրա.

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n \sum x^2 - \sum x \sum x};$$

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - \sum x \sum x};$$

a_0 և a_1 պարամետրերի ալգորիթմների հաշվարկման համար կազմենք հաշվարկային աղյուսակ.

Աղյուսակ 2.3.ա

Հ/Հ ը/կ	Y	X	X^2	$X\cdot Y$
1	1.5	4	16	6.0
2	2.0	5	25	10.0
3	1.4	5	25	7.0
4	2.3	6	36	13.8
5	2.7	8	64	21.6
6	4.0	10	100	40.0
7	2.3	8	64	18.4
8	2.5	7	49	17.5
9	6.6	11	121	72.6
10	1.7	6	36	10.2
Ընդամենը	27.0	70	536	217.1

$$a_0 = \frac{27\cdot 536 - 217.1\cdot 70}{10\cdot 536 - 70\cdot 70} = -1.576;$$

Այստեղից`

$$a_1 = \frac{10\cdot 217.1 - 70\cdot 27}{10\cdot 536 - 70\cdot 70} = 0.611$$

Տեղադրելով պարամետրերի ստացված նշանակությունները ռեգրեսիայի հավասարման մեջ կստանանք.

$$\overline{Y}_x = -1.576 + 0.611x:$$

Սակայն, մինչև մոդելի կիրառումը հետագա հեռազոտության մեջ անհրաժեշտ է կատարել նրա պարամետրերի տիպիկականության ստուգում, այսինքն σ_ε -ի և σ_x -ի հաշվարկ կատարել:

σ_ε -ի հաշվարկման համար վերոհիշյալ մոդելի հիման վրա հաշվարկվում են Y_{xi}-ի հարթեցված նշանակությունները.

$$Y_{x1} = -1.576 + 0.611\cdot 4 = 0.868;$$

$$Y_{x2,3} = -1.576 + 0.611\cdot 5 = 1.479;$$

$$Y_{x4,10} = -1.576 + 0.611\cdot 6 = 2.09;$$

$$Y_{x5,7} = -1.576 + 0.611\cdot 8 = 3.312;$$

$$Yx_6 = -1.576 + 0.611\cdot 10 = 4.534;$$

$$Yx_8 = -1.576 + 0.611\cdot 7 = 2.7;$$

$$Yx_9 = -1.576 + 0.611\cdot 11 = 5.145:$$

σ_ε -ի և σ_x -ի նշանակությունների հաշվարկման համար կազմենք աղյուսակ 2.3.բ-ն:

Y_i արդյունքային հատկանիշի Y_{xi} հարթեցված նշանակությունից եղած միջին քառակուսային շեղումը կհաշվարկենք հետևյալ բանաձևով.

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_{xi})^2}{n}} = \sqrt{\frac{4.712}{10}} = 0.69:$$

$$t_{a_0} = a_0 \frac{\sqrt{n-2}}{\sigma_\varepsilon}$$

բանաձևով որոշվում է a_0 պարամետրի համար t - չափանիշի փաստացի նշանակությունը.

Աղյուսակ 2.3.բ.

N/N ը/կ	Y	X	Y_x	$y-y_x$	$(y-y_x)^2$	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	Y^2
1	1.5	4	0.868	0.632	0.399	-3	9	2.25
	2.0	5	1.479	0.521	0.271	-2	4	4.0
3	1.4	5	1.479	-0.079	0.006	-2	4	1.96
4	2.3	6	2.09	0.21	0.044	-1	1	5.29
5	2.7	8	3.312	-0.612	0.374	1	1	7.29
6	4.0	10	4.534	-0.534	0.285	3	9	16.0
7	2.3	8	3.312	-1.012	1.024	1	1	5.29
8	2.5	7	2.7	-0.2	0.04	0	0	6.25
	6.6	11	5.145	1.455	2.117	4	16	43.56
10	1.7	6	2.09	-0.39	0.152	1	1	2.89
ընդամենը	27.0	70	27.01	x	4.712	x	46	94.78

$$t_{a_0} = \frac{1.576\sqrt{10-2}}{0.69} = 6.46:$$

$$\bar{x} = 70 \div 10 = 7$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{46}{10}} = 2.14:$$

a_1 պարամետրի համար t - չափանիշի փաստացի նշանակությունը կհաշվարկենք հետևյալ բանաձևով.

$t_{a_1} = a_1 \frac{\sqrt{n-2}\cdot\sigma_x}{\sigma_\varepsilon}$: Տեղադրելով արժեքները կստանանք.

$$t_{a_1} = \frac{0.611\sqrt{10-2}\cdot 2.14}{0.69} = 5.36:$$

$\alpha = 0.05$ և $K = 10-2$ ազատության աստիճանների դեպքում t_k=2.3:

Համեմատելով t - չափանիշի փաստացի և աղյուսակային նշանակությունները կստանանք.

$t_{a_0} > t_k < t_{a_1}$:

Այն հնարավորություն է տալիս վերոհիշյալ հավասարման հաշվարկված պարամետրերը համարել (ընդունել, ճանաչել) տիպիկ (տիպային):

Այնուհետև հարկավոր է կատարել սինթեզավորված մոդելի գործնական նշանակության գնահատում: Ուղղագիծ կախվածության համար դա կատարվում է r կոռելյացիայի գործակցի միջոցով`

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x^2)}{n}\right]\left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right]}} \qquad \frac{217.1 - \frac{70\cdot 27}{10}}{(536-\frac{70^2}{10})(94.78-\frac{27^2}{10})} = 0.89:$$

r = 0.89 ստացված արտահայտությունը նշանակում է, որ Չեդդոկի սանդղակի համաձայն, կապը վերանորոգման վրա կատարված ծախսերի և սարքավորման շահագործման ժամկետի միջև սերտ է (խիստ է, ուժեղ է):

Կոռելյացիայի գործակցի նշանակության գնահատումը իրականացվում է ըստ t - չափանիշի:

$$t_r = r\frac{\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = 0.89\sqrt{\frac{10-2}{1-0.89^2}} = 3.69:$$

t_k =2.3 կրիտիկական նշանակության դեպքում ստացվում է, որ $t_r > t_k$: Այդ իսկ պատճառով էլ հաշվարկված կոռելյացիայի գործակիցը համարվում է էական:

$r^2 = 0.792$ նշանակությունից հետևում է, որ ընդհանուր վարիացիայի 79.2%-ը բացատրվում է գործոն հատկանիշի փոփոխությամբ: Այդ իսկ պատճառով էլ ըստ $\bar{y}_x = a_0 + a_1 x$ հավասարման սինթեզավորված $\bar{y}_x = -1.576 + 0.611x$ մաթեմատիկական մոդելը կարող է կիրառվել գործնական նպատակների համար:

Թեմա 3.

Բազմակի ռեգրեսիա և կոռելյացիա

Խնդիր 3.1.

Կան հետևյալ տվյալները մեկ դրամական միավոր արտադրված արտադրանքին ընկնող ծախսերի (x_1), հիմնական արտադրական ֆոնդերի արժեքի (x_2) և շահույթի (y) մասին:

Աղյուսակ 3.1.1.

Ռեգրեսիայի հավասարման պարամետրերի հաշվարկման աղյուսակ (տվյալները պայմանական են)

Հ/Հ	1 դրամ միավոր արտադրված արտադրանքին ընկնող ծախսերը.դրամ X_1	Հիմնական արտադրական ֆոնդերի արժեքը.մլրդ.դրամ X_2	Շահույթը, մլն դրամ. Y	X_1^2	$X_1 X_2$	YX_1	X_2^2	YX_2	$\bar{Y}_x$
1	77	5.9	1070	5929	454.3	82390	34.81	6313.0	1012.8
2	77	5.9	1001	5929	454.3	77077	34.81	5905.9	1012.8
3	81	4.9	789	6561	396.9	63909	24.01	3866.1	854.7
4	82	4.3	779	6724	352.6	63878	18.49	3349.7	817.8
5	89	3.9	606	7921	347.1	53934	15.21	2363.4	530.8
6	96	4.3	221	9216	412.8	21216	18.49	950.3	237.1
Ընդամենը	502	29.2	4466	42280	2418.0	362404	145.82	22748.4	4466.0

Տվյալ դեպքում նորմալ հավասարումների համակարգը կունենա հետևյալ տեսքը.

$$na_0 + a_1\sum X_1 + a_2\sum X_2 = \sum Y;$$

$$a_0\sum X_1 + a_1\sum X_1^2 + a_2\sum X_1X_2 = \sum X_1Y;$$

$$a_0\sum X_2 + a_1\sum X_1X_2 + a_2\sum X_2^2 = \sum X_2Y:$$

$$\begin{cases} 6a_0 + 502a_1 + 29.2a_2 = 4466; \\ 502a_0 + 42280a_1 + 2418a_2 = 362404; \\ 29.2a_0 + 2418a_1 + 145.82a_2 = 22748.4; \end{cases}$$

Այսպիսով $Y_x = 4247.79 - 41.43X_1 - 7.60X_2$:

Խնդիր 3.2.

Աղյուսակ 3.1.1-ի տվյալների հիման վրա հաշվարկել շահույթի (Y), մեկ դրամական միավոր արտադրված արտադրանքին ընկնող ծախսերի (X_1) և հիմնական արտադրական ֆոնդերի (X_2) միջև եղած կախվածության էլաստիկության (առաձգականության) գործակիցը:

$a_1 = -41.43$; $a_2 = -7.6$

$$Y = \frac{4466}{6} = 744.3;$$

$$X_1 = \frac{502}{6} = 83.67; \quad X_2 = \frac{29.2}{6}\ 4,9;$$

$$Э_{X1} = a_1 \cdot \frac{X_1}{Y} = -41.43 \cdot \frac{83.67}{744.3} = -4.7;$$

$$Э_{X2} = a_2 \cdot \frac{X_2}{Y} = -7.6 \cdot \frac{4.9}{744.3} = -0.05:$$

Իսկ դա նշանակում է, որ 1 դրամական միավոր արտադրված արտադրանքին ընկնող ծախսերի 1%-ով ավելանալու դեպքում շահույթը նվազում է 4,7 %-ով, իսկ հիմնական արտադրական ֆոնդերի ծավալը 1%-ով մեծանալու դեպքում շահույթը նվազում է 0,05%-ով:

Խնդիր 3.3.

Աղյուսակ 3.1.1-ի տվյալների հիման վրա հաշվարկել դետերմինացիայի մասնակի գործակիցը X_1 գործոնի՝ մեկ դրամական միավոր արտադրված արտադրանքին ընկնող ծախսերի համար:

$$d_{x_1} = r_{xy_1} \cdot \beta_{x_1}$$

$$r_{yx1}= \frac{\overline{yx_1}-\bar{y}\cdot\bar{x}_1}{\sigma_y\sigma_{x_1}}$$

$$\overline{yx_1} = \frac{\sum yx_1}{n} = \frac{362404}{6} = 60400.7;$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{4466}{6} = 744,3;$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1}{n} = \frac{502}{6} = 83.67;$$

$$\sigma_y^2 = y^2 - (\bar{y})^2 = \frac{3792340}{6} - (744.3)^2 = 78074.2;$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} = \sqrt{78074.2} = 279.4;$$

$$\sigma_{x_1}^2 = x_1^2 - (\overline{x_1})^2 = \frac{42280}{6} - (83.67)^2 = 46;$$

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{\sigma^2 x_1} = \sqrt{46} = 6.78;$$

$$r_{yx_1} = \frac{60400.7 - 744.3\cdot 83.67}{279.4\cdot 6.78} = -0.98;$$

$$\beta_{x_1} = \alpha_1\cdot\frac{\sigma_{x_1}}{\sigma_y} = -41.43\cdot\frac{6.78}{279.4} = -1.006;$$

$dx_1=-0.98\cdot(-1.006)=0.99$:

Այժմ հաշվարկենք d_{x_2} -ը՝ դետերմինացիայի մասնակի գործակիցը X_2 գործոնի՝ հիմնական ֆոնդերի արժեքի համար:

$$d_{x_2} = r_{xy_2}\cdot\beta_{x_2}$$

$$\overline{yx_2} = \frac{22748.4}{6} = 3791.4$$

$$\bar{x}_2 = \frac{29.2}{6} = 4.9;$$

$$\sigma_{x_2}^2 = \frac{145.82}{6} - (4.9)^2 = 0.29;$$

$$\sigma_{x_2} = 0.54;$$

$$r_{yx_2} = \frac{3791.4 - 744.3\cdot 4.9}{279.4\cdot 0.54} = +0.96;$$

$$\beta_{x_2} = 7.6\cdot\frac{0.54}{279.4} = 0.01;$$

$$d_{x_2} = 0.96\cdot 0.01 = 0.01;$$

Դա վկայում է այն մասին, որ շահույթի 99%-ով տատանումը (վարիացիան) բացատրվում է մեկ դրամական միավոր արտադրված արտադրանքին ընկնող ծախսերի փոփոխությամբ:

Խնդիր 3.4.

Աղյուսակ 3.1.1-ի տվյալների հիման վրա հաշվարկել Q-գործակիցը, բացահայտելու համար յուրաքանչյուր գործոն հատկանիշի ազդեցության չափը մոդելավորվողի վրա:

Նախ, հաշվարկենք X_1 գործոնի համար (1 դրամ.միավոր արտադրված արտադրանքին ընկնող ծախսերի համար):

$$Q_{x_1} = Э_{x_1}\cdot V_{x_1}$$

$$Э_{x_1} = -4,7;$$

$$V_{x_1} = \frac{\sigma_{x_1}}{\bar{x}_1}.100\% = \frac{6,79}{83,67}.100\% = 8,1\%$$

$$Q_{x_1} = -47\cdot 0,081 = -0,38$$

Այժմ հաշվենք X_2 գործոնի համար(հիմնական ֆոնդերի արժեքի համար):

$$Q_{x_2} = Э_{x_2} \cdot V_{x_2}$$

$$Э_{x_2} = -0{,}05;$$

$$V_{x_2} = \frac{\sigma_{x_2}}{\bar{x}_2} .100\% = \frac{0{,}54}{4{,}9} .100\% = 11{,}0\%$$

$$Q_{x_2} = -0{,}05 \cdot 11{,}0 : 100 = -0{,}006$$

Խնդիր 3.5.

Աղյուսակ 3.1.1-ի տվյալների հիման վրա հաշվարկել բազմակի կոռելյացիայի գործակիցը և նրա սխալը:

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{yx_1} - \bar{y} \cdot \bar{x}_1}{\sigma_y \cdot \sigma_{x_1}} = -0.98;$$

$$r_{yx2} = -\frac{\overline{yx}_2 - \bar{y} \cdot x_2}{\sigma_y \cdot \sigma_{x_2}} = 0.78;$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{x_1x_2 - \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2}{\sigma_{x_1} \cdot \sigma_{x_2}} = -0.86;$$

Կոռելյացիայի գծային գործակիցների մատրիցան կունենա հետևյալ տեսքը.

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.98 & 0.78 \\ & 1 & -0.86 \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

Կոռելյացիայի բազմակի գործակիցը կկազմի.

$$Ry/x_1x_2 = \frac{-0.98^2 + 0.78^2 - 2(-0.98) \cdot 0.78 \cdot (-0.86)}{1-(-0.86)^2} = 0.99$$

$(n-k)/k = (6-2)/2 = 2 \le 20$ պայմանի ստուգումը հաստատում է տվյալ գործակցի ճշգրտման հնարավորությունը.

$$\hat{R}_{y/x_1x_2} = \sqrt{1-(1-R^2_{y/x_1x_2}) \cdot \frac{n-1}{n-k-1}} = 1-\left[1-(0.99)^2\right] \cdot \frac{6-1}{6-3} = 0.98$$

Կոռելյացիայի բազմակի գործակցի նշանակության ստուգումը ցույց տվեց, որ

$$F = \frac{1/2 \cdot 0.98^2}{1/3 \cdot (1-0.98)^2} = \frac{0.4802}{0.0132} = 36.3;$$

Կոռելյացիայի գործակցի ոչ նշանակալից լինելու մասին (о незначимости) հիպոթեզը ժխտվում է, քանի որ

$F_{kp} = 9.55$ ($\mathcal{L} = 0.05$; $V_1 = 2$; $V_2 = n-3 = 3$), $\lfloor F_p = 36.35 \rfloor > \lfloor F_{kp} = 9.55 \rfloor$;

Այժմ որոշենք այն վստահելիության սահմանները, որոնցում գտնվում է R-ը գլխավոր համակցության մեջ: Ընդ որում վստահելիության հավանականությունը ընդունենք հավասար

$\gamma = 0.95$ ($\mathcal{L} = 0.05$; $\gamma = 1 - \mathcal{L}$), $t_\gamma = 1.96$

(ըստ «Բաշխման նորմալ օրենքի» աղյուսակի):

$R=0.98$; $Z=2.2976$; $\sigma_r = 1/(6-1) = 0.2$;

$-1.96 \cdot 0{,}2 < Z - Z_0 \le 1.96 \cdot 0.2$;

$-0.392 \le Z - Z_0 \le 0.392$

$Z_1 = 2.2976 - 0.392 = 1.9056$;

$Z_2 = 2.2976 + 0.392 = 2.6896$;

$1.9056 \le Z \le 2.6896$:

Այստեղից ըստ Ֆիշերի Z-ձևափոխման աղյուսակի կստանանք, $0.96 \le R \le 0.941$:

<u>Խնդիր 3.6.</u>

Աղյուսակ 3.1.1-ի տվյալների հիման վրա հաշվարկել առաջին կարգի կոռելյացիայի մասնակի գործակիցները:

$$r_{yx_1\ x_2} = \frac{-0.99-0.78\cdot(-0.86)}{\sqrt{(1-(0.78)^2)}\cdot\sqrt{(1-(-0.86)^2)}} = -0.999;$$

$$r_{yx_2/x_1} = \frac{0.78-(-0.99)\cdot(-0.86)}{\sqrt{(1-(-0.99)^2)}\cdot\sqrt{(1-(0.78)^2)}} = -0.992;$$

$$r_{x_1x_2/y} = \frac{-0.86-(-0.99)\cdot(0.78)}{\sqrt{(1-(-0.99)^2)}\cdot\sqrt{(1-(0.78)^2)}} = -0.994\ .$$

Կոռելյացիայի մասնակի գործակիցներիի նշանակության ստուգումը ցույց տվեց, որ

$$t_{p(yx_1/x_2)} = \frac{r_{yx_1/x_2}}{\sqrt{1-r^2 yx_1/x_2}}\cdot\sqrt{n-3} = \frac{-0.999\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{1-(-0.999)^2}} = -38.7;$$

$$t_{p(yx_2/x_1)} = \frac{r_{yx_2/x_1}}{\sqrt{1-r^2 yx_2/x_1}}\cdot\sqrt{n-3} = \frac{-0.994\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{1-(-0.994)^2}} = -15.74;$$

$$t_{p(x_1x_2/y)} = \frac{r_{x_1x_2/y}}{\sqrt{1-r^2_{x_1x_2/y}}}\cdot\sqrt{n-3} = \frac{-0.992\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{1-(-0.992)^2}} = -13.61$$

$$\left\{\left|t_{p(yx_1/x_2)}\right|;\left|t_{p(yx_2/x_1)}\right|;\ \left|t_{p(x_1x_2\ y)}\right| > t_{kp}(\alpha=0.05;\nu=n-3=3)=3.181\ \right\}:$$

Հետևաբար, բոլոր բերված կոռելյացիայի գործակիցները նշանակալի են:

Կոռելյացիայի նշանակալի մասնակի գործակիցների համար վստահելիության միջակայքերը կկազմեն.

$$Z'-t_y\cdot\sqrt{\frac{1}{n-4}} \le Z \le Z'+t_y\cdot\sqrt{\frac{1}{n-4}};$$

$$\left|r_{yx_1/x_2}\right| = 0.999;$$

$$Z = 3.8002;$$

$$3.8002-1.96\cdot\sqrt{1/2} \le Z \le 3.8002+1.96\cdot\sqrt{1/2};$$

Կիրառելով Ֆիշերի Z- ձևափոխման աղյուսակը, կստանանք կոռելյացիայի գործակիցը 0.98 ≤ r ≤ վստահելության միջակայքում և այլն:

<u>Խնդիր 3.7.</u>

Ներքոհիշյալ տվյալների հիման վրա հետազոտել բանվորների գործադուլներին մասնակցության և նրանց միջնակարգ դպրոցը ավարտելու միջև եղած կապը:

<u>Աղյուսակ 3.7.1.</u>

Բանվորների գործադուլներին մասնակցության կախվածությունը նրանց կրթական մակարդակից (տվյալները պայմանական են):

Բանվորների խմբերը	Բանվորների թիվը	Դրանցից	
		Մասնակցել են գործադուլին	Չեն մասնակցել գործադուլին
Ավարտել են միջնակարգ դպրոցը	100	78	22
Չեն ավարտել միջնակարգ դպրոցը	100	32	68
Ընդամենը	200	110	90

ասոցիացիայի գործակիցը

$$K_a = \frac{78\cdot68-32\cdot22}{78\cdot68+32\cdot22} = \frac{4600}{6608} = 0.766$$

Կոնտինգենցիայի գործակիցը

$$K_K = \frac{78 \cdot 68 - 32 \cdot 22}{\sqrt{(78+22) \cdot (22+68) \cdot (78+32) \cdot (32+68)}} = \frac{5304 - 704}{\sqrt{99000000}} = 0.46$$

Այսպիսով, ստացվում է, որ կապը գործադուլներին մասնակցողների և նրանց կրթական մակարդակի միջև շատ էական է, քանի որ $K_a \geq 0.5$ և $K_k \geq 0.3$, և միաժամանակ, $K_k < K_a$:

Խնդիր 3.8.

Ներքոհիշյալ տվյալների հիման վրա փոխլարվածության գործակցի օգնությամբ հետազոտել արտադրանքի ինքնարժեքի և իրացման վրա կատարված վերադիր ծախսերի միջև եղած կապը:

Աղյուսակ 3.8.1

Արտադրանքի ինքնարժեքի և իրացման վրա կատարված վերադիր ծախսերի միջև եղած կախվածությունը (տվյալները պայմանական են)

Վերադիր ծախսեր	Ինքնարժեքը			Ընդամենը
	Ցածր	Միջին	Բարձր	
Ցածր	19	12	9	40
Միջին	7	18	15	40
Բարձր	4	10	26	40
Ընդամենը	30	40	50	120

$$1 + \varphi^2 = \frac{\frac{19^2}{30} + \frac{12^2}{40} + \frac{9^2}{50}}{40} + \frac{\frac{7^2}{30} + \frac{18^2}{40} + \frac{15^2}{50}}{40} + \frac{\frac{4^2}{30} + \frac{10^2}{40} + \frac{26^2}{50}}{40} \quad 0.431 + 0.356 + 0.414 = 1.201;$$

$$1 + \varphi^2 = 1.201; \varphi^2 = 0.201;$$

Պիրսոնի գործակիցը $K_п = \sqrt{\frac{0.201}{1.201}} = \sqrt{0.167} = 0.41;$

Չուպրովի գործակիցը $K_ч = \sqrt{\frac{0.201}{\sqrt{4}}} = \sqrt{\frac{0.201}{2}} = \sqrt{0.1005} = 0.32$

Ստացվում է, որ կապը միջին է:

Խնդիր 3.9.

Աղյուսակ 3.8.1-ի տվյալների հիման վրա հաշվարկել Պիրսոնի χ^2-չափանիշը և Չուպրովի փոխլարվածության գործակցի մոդիֆիկացված տեսակը:

$$\chi^2 = 120\left\{\frac{19^2}{30 \cdot 40} + \frac{12^2}{40 \cdot 40} + \frac{9^2}{50 \cdot 40} + \frac{7^2}{30 \cdot 40} + \frac{18^2}{40 \cdot 40} + \frac{15^2}{50 \cdot 40} + \frac{4^2}{30 \cdot 40} + \frac{10^2}{40 \cdot 40} + \frac{26^2}{50 \cdot 40} - 1\right\}$$

$$= 120 \cdot \{1.1998 - 1\} = 23.976$$

$$C = \sqrt{\frac{23.976}{120 + 23.976}} = 0.41:$$

$$K_ч = \sqrt{\frac{\chi^2}{n \cdot \sqrt{(\kappa_1 - 1) \cdot (\kappa_2 - 1)}}} \quad \frac{23.976}{120 \cdot \sqrt{(3-1) \cdot (3-1)}} = \sqrt{0.0999} = 0.32:$$

Ստացվում է, որ կապը միջին է:

K_1 - ը՝ աղյուսակում եղած տողերի թիվն է՛

K_2 - ը՝ աղյուսակում եղած սյուների թիվն է՛

n - ը՝ դիտարկման ծավալն է (դիտարկումների թիվն է):

Խնդիր 3.10.

Առևտրային կազմակերպության աշխատողների եկամուտների մակարդակը բնութագրվում է հետևյալ տվյալներով.

Աղյուսակ 3.10.1

Առևտրային կազմակերպության աշխատողների եկամուտների մակարդակի կախվածությունը նրանց կրթական մակարդակից (տվյալները պայմանական են)

	Եկամուտների մակարդակը, հազ. դրամ. միավոր				Ընդամենը մարդ
	200-300	300-400	400-500	500-600	
	250	350	450	550	
Ավարտել են ԲՈՒՀ	5	7	6	4	22
Չեն սովորել ԲՈՒՀ-երում	9	4	2	1	16
Ընդամենը	14	11	8	5	38

Այդ տվյալների հիման վրա հաշվարկել կոռելյացիայի բիսերիալ գործակիցը:

$$Y_1 = \frac{250\cdot5+350\cdot7+450\cdot6+550\cdot4}{22} = \frac{8600}{22} = 390.9;$$

$$Y_2 = \frac{250\cdot9+350\cdot4+450\cdot2+550\cdot1}{16} = \frac{5100}{16} = 318.8;$$

$$Y_{\textit{общ.}} = \frac{250\cdot14+350\cdot11+450\cdot8+550\cdot5}{38} = \frac{13700}{38} = 360.5;$$

$$\sigma = 104.7;$$

$$p = \frac{22}{38} = 0.58; \quad q = \frac{16}{38} = 0.42;$$

$$Z_{\textit{табл.}} = 0.3975;$$

$$p\cdot\frac{q}{z} = 0.58\cdot\frac{0.42}{0.3975} = 0.61;$$

$$r = \frac{|318.8-390.9|}{104.7}\cdot0.61 = 0.42:$$

Կոռելյացիայի բիսերիալ գործակցի մեծությունը նույնպես հաստատում է ուսումնասիրվող հատկանիշների միջև կապի համաչափ խտությունը (սերտությունը):

Խնդիր 3.11.

Ուսումնասիրել մի շարք ձեռնարկությունների ապրանքային արտադրանքով ապահովվածության և իրացման գծով նրանց վերադիր ծախսերի միջև եղած կապի առկայությունը (տես. աղյուսակ 3.11.1), կատարել ռանգավորում և հաշվարկել Սպիրմենի գործակիցը:

Աղյուսակ 3.11.1

Ապրանքային արտադրանքով ապահովվածությունը, մլն. դր. X	Իրացման գծով վերադիր ծախսերը, հազ. դրամ, Y	Ռանգավորում R_x^x		Ռանգավորում R_y^y		Ռանգերի համեմատություն		Ռանգերի տարբերությունը	di^2
		Ռանգը	Y	Ռանգը	R_x				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12.0	462	11.0	1	462	1	2	1	+1	1
18.8	939	12.0	2	506	2	5	6	-1	1
11.0	506	15.4	3	765	3	1	2	-1	1
29.0	1108	17.5	4	804	4	9	9	0	0
17.5	872	18.8	5	872	5	4	5	-1	1
23.4	765	20.7	6	939	6	7	3	4	16
35.6	1368	23.4	7	998	7	10	10	0	0
15.4	1002	26.1	8	1002	8	3	8	-5	25
26.1	998	29.0	9	1108	9	8	7	1	1
20.7	804	35.0	10	1368	10	6	4	2	4
Ընդամենը									50

Ըստ աղյուսակի տվյալների կստանանք Սպիրմենի գործակցի հետևյալ նշանակությունները.

$$P_{x/y} = 1 - \frac{6\cdot50}{10\cdot99} = 0.700$$

քանի որ՝

$$P_{x/y} = 1 - \frac{6\sum di^2}{n(n^2-1)}$$

Կիրառելով Չեդդոկի սանդղակը, կարող ենք ասել, որ ստացված կապը նշանակալի է: Այժմ Սպիրմենի ռանգերի կոռելյացիայի գործակցի նշանակությունը ստուգենք Ստյուդենտի t-չափանիշի հիման վրա, հետևյալ բանաձևով.

$$t_p = P_{x/y}\cdot\sqrt{\frac{n-2}{1-p^2_{\ x/y}}} = 0.7\cdot\sqrt{\frac{8}{1-0.49}} = 0.7\cdot3.96 = 2.7724$$

$t_p > t_{kp}$ ($\mathcal{L}$=0.05; k=n-2=8)

2.7724>2.306; Հետևաբար Սպիրմենի ռանգերի կոռելյացիայի գործակցի նշանակությունը վիճակագրորեն էական է:

Խնդիր 3.12.

Ներքոհիշյալ աղյուսակ 3.12.1-ի տվյալների հիման վրա հաշվարկել Սպիրմենի և Կենդալլի ռանգային կոռելյացիայի գործակիցները:

Աղյուսակ 3.12.1

Մի խումբ ձեռնարկությունների կանոնադրական կապիտալի և աճուրդին ներկայացրած բաժնետոմսերի թվաքանակի միջև եղած փոխկախվածության ուսումնասիրության տվյալներ (տվյալները պայմանական են)

Ձեռնարկությունների Հ/Հ	Կանոնադրական կապիտալը, մլն.դրամ.միավոր X	Աճուրդին ներկայացրած բաժնետոմսերի թվաքանակը Y	Ռանգավորում				Ռանգերի համեմատություն		Ռանգերի տարբերությունը d_i R_x R_y	d^2
			X	R_x	Y	R_y	R_x	R_y		
1	2954	856	1605	1	467	1	9	7	2	4
2	1605	930	1700	2	495	2	1	9	-8	64
3	4102	1563	1751	3	616	3	10	10	0	0
4	2350	682	1795		661	4	6	5	1	1
5	2625	616	2264	5	682	5	7	3	4	16
6	1795	495	2350	6	815	6	4	2	2	4
7	2813	815	2625	7	856	7	8	6	2	4
8	1751	858	2813	8	858	8	3	8	-5	25
9	1700	467	2954	9	930	9	2	1	1	1
10	2264	661	4102	10	1563	10	5	4	1	1
										120

$$P_{x/y} = 1 - \frac{6 \cdot 120}{10 \cdot 99} = 1 - \frac{720}{990} = 0.3$$

Կենդալլի ռանգային կոռելյացիայի գործակցի հաշվարկման համար նախ հաշվարկենք P-ն և Q-ն:

P=1+8+1+6+4+3+3+2+1=29

Q=(-8)+0+(-6)+0+(-1)+(-1)+0+0+0=-16:

Այսպիսով.

$$\tau = \frac{2 \cdot (29 - 16)}{10 \cdot (10 - 1)} = 0.29;$$

որը և վկայում է կապի բացակայության մասին ուսումնասիրվող հատկանիշների միջև:

Խնդիր 3.13.

Ներքոհիշյալ աղյուսակ 3.13.1-ի հիման վրա որոշել կապի խտությունը կանոնադիր կապիտալի, բորսայում աճուրդին դրված բաժնետոմսերի և այդ հիմնարկներում զբաղվածների թվաքանակի միջև:

Աղյուսակ 3.13.1

Կոնկորդացիայի գործակցի հաշվարկը (տվյալները պայմանական են)

Ձեռնարկությունների Հ/Հ	Կանոնադրական կապիտալը, մլն.դրամ.միավոր X	Աճուրդին դրված բաժնետոմսերի թվաքանակը Y	Ձեռնարկություննում զբաղվածների թիվը Z				Տողերի գումարը	Գումարի քառակուսիները
1	2954	856	119	9	7	1	17	289
2	1605	930	125	1	9	2	12	144
3	4102	1563	132	10	10	3	23	529
4	2350	682	141	6	5	4	15	225
5	2625	616	150	7	3	5	15	225
6	1795	495	165	4	2	6	12	144
7	2813	815	178	8	6	7	21	441
8	1751	858	181	3	8	8	19	361
9	1700	467	201	2	1	9	12	144
10	2264	661	204	5	4	10	19	361
							165	

$$S = 2863 - \frac{(165)^2}{10} = 2863 - 2722.5 = 140.5:$$

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)} = \frac{12 \cdot 140.5}{9(1000 - 10)} = 0.19:$$

Կոնկորդացիայի գործակցի նշանակությունը ստուգվում է Պիրսոնի χ^2 -չափանիշի հիման վրա՝

$$\chi^2_p = \frac{12S}{m \cdot n(n-1)} = \frac{12 \cdot 140.5}{3 \cdot 10(10-1)} = 6.24:$$

$\chi^2_p = 6.24$ -ի հաշվարկային նշանակությունը ավելի մեծ է, քան $\chi^2_{kp} = 16.919(\alpha = 0.05;\ V = n-1 = 9)$ որը և հաստատում է կոնկորդացիայի գործակցի ոչ նշանակալի լինելը ու միաժամանակ վկայում է ուսումնասիրվող հատկանիշների միջև եղած թույլ կապի մասին:

Թեմա 4.

Ժամանակային շարքերը էկոնոմետրիկ հետազոտություններում

Խնդիր 4.1.

Դինամիկայի շարքում տենդենցի առկայության որոշման նպատակով ուսումնասիրենք 1975-1994թթ. վերաբերյալ արտադրական միավորում իրացված արտադրանքի արտադրության դինամիկան.

Աղյուսակ 4.1.1.

Արտադրական միավորման իրացված արտադրանքը (U_t-ի և e_i-ի որոշումը)

Տարիները	Մլն դրամական միավոր y_i	U_t	e_i	Տարիները	Մլն դրամական միավոր y_i	U_t	e_i
1975	63.5 y_1	0	0	1985	63.0	0	0
1976	62.1 y_2	0	1	1986	59.9	0	1
1977	61.6 y_3	0	1	1987	62.0	0	0
1978	61.3 y_4	0	1	1988	63.4	0	0
1979	61.5 y_5	0	0	1989	64.5	0	0
1980	61.3 y_6	0	0	1990	58.0	0	1
1981	62.4 y_7	0	0	1991	54.5	0	1
1982	65.5 y_8	1	0	1992	56.0	0	0
1983	64.8 y_9	0	0	1993	55.2	0	0
1984	64.3 y_{10}	0	0	1994	56.1	0	0

$$S = \sum_{i=1}^{n} Si; \qquad d = \sum_{i=x}^{n} di$$

$$Si = Ui + e_i; \qquad di = Ui - e_i$$

Բանաձևերից կգտնենք, որ S=7; d=-5:

Համաձայն 4.2.1. աղյուսակի տվյալների n=20-ի դեպքում

$\mu = 5.195; \sigma_1 = 1.677; \sigma_2 = 2.279$:

Տեղադրելով ստացված նշանակությունները հետևյալ բանաձևերի մեջ.

$$t_s = \frac{S-\mu}{\sigma_1}; t_d = \frac{d-0}{\sigma_2}$$

կստանանք.

$$t_s = \frac{7-5.195}{1.677} = 1.076; t_d = \frac{-5-0}{2.279} = 2.194$$

$t_{табл.}$.ամենամոտ աղյուսակային նշանակությունը երկկողմանի մակարդակի համար 0.10 նշանակելիության մակարդակի դեպքում հավասար է **$t_{табл.}$**.=1.725, այսինքն, **$t_{табл.}$**.>t_s; **$t_{табл.}$**.<td: Հետևաբար, հիպոթեզը իրացված արտադրանքի ցուցանիշի դիսպերսիայի մեջ տենդենցի բացակայության մասին հաստատվեց, իսկ միջինի մեջ՝ ժխտվեց (բացառվեց):

Խնդիր 4.2.

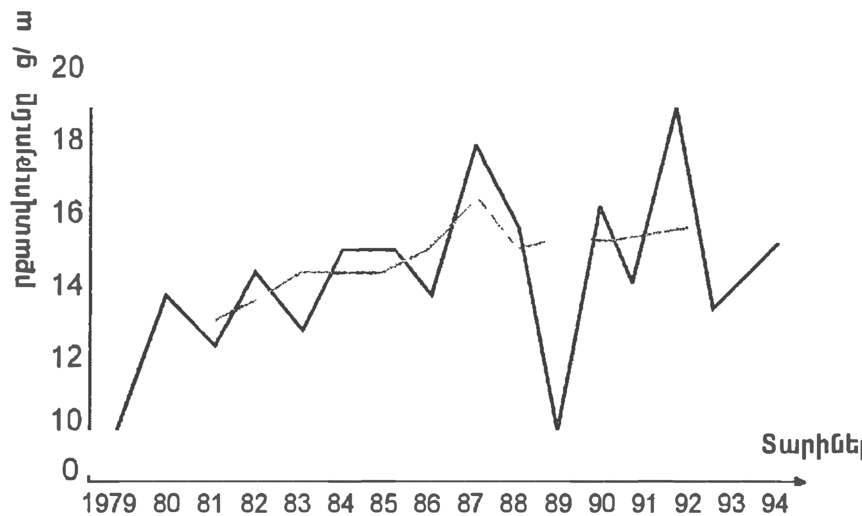
4.7.1. աղյուսակի տվյալների հիման վրա կատարել դինամիկայի շարքի հարթեցում 4-ամյա և 5-ամյա սահող միջինների մեթոդով:

Աղյուսակ 4.2.1.

Տնտեսությունում հացահատիկային մշակաբույսերի բերքատվության հարթեցումը 1979-1994թթ. սահող միջինի մեթոդով

Տարիները	ց/ հա	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
A	1	2	3	4	5	6	7
1979	9,5	-	-	-	-	-	-
1980	13,7	-	-	-	12,3	-	-
1981	12,1	-	12,5	-	13,2	12,8	12,8
1982	14,0	-	13,7	49,3	13,7	13,5	13,4
1983	13,2	63,5	14,1	53,0	14,6	14,1	14,1
1984	15,6	68.8	14,4	54.9	14,8	14,8	14,7
1985	15,4	70,3	15,2	58,2	15,7	15,1	15,1
1986	14,0	72,2	15,6	58,2	15,6	15,6	15,4
1987	17,6	75,6	14,7	62,6	14,5	15,0	15,6
1988	15,4	78,0	15,1	62,4	15,3	14,9	14,9
1989	10,9	73,5	15,3	57,9	14,7	15,0	14,3
1990	17,5	75,4	15,5	61,4	15,5	15,1	15,2
1991	15,0	76,4	15,2	58,8	16,3	15,6	16,2
1992	18,5	77,3	16,0	61,9	16,65	15,97	16,3
1993	14,2	76,1	-	65,2	-	-	-
1994	14,9	80,1	-	62,6	-	-	-

Ինչպես տեսնում ենք, սահող միջինը տալիս է մակարդակների ավելի լողացող փոփոխություն (տես գծապատկեր 4.2.1-ը):



գծապատկեր 4.2.1.

Հացահատիկային մշակաբույսերի բերքատվության դինամիկան տնտեսությունում 1979-1994թթ.-ին:

m=5-ի համար (աղյուսակ 4.2.1- ի 7-րդ սյունը) կշռված 5-ամյա սահող միջինը ցույց է տալիս, որ 1979-1994թթ. նկատվում է հացահատիկային մշակաբույսերի բերքատվության բարձրացում:

Խնդիր 4.3.

Ներքոհիշյալ տվյալների հիման վրա տարբեր մեթոներով հաշվարկել պոլինոմների պարամետրերը:

Աղյուսակ 4.3.1.

Պատրաստի արտադրանքի արտադրության դինամիկան ֆիրմայում

	1998	1990	1991	1992	1993	1994
ֆիրմայում պատրաստի արտադրանքը,հազ.դրամ.միավոր	18	21	26	22	25	28
t	1	2	3	4	5	6

ա/ ըստ դինամիկայի շարքի հայտնի մակարդակների (վերցնենք առաջին և վերջին մակարդակները և կազմենք ըստ այդ երկու կետերի ուղիղ գծի հավասարում) $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$

1989թ. համար նրա մակարդակը կազմել է. $a_0 + a_1 \cdot 1 = 18;$

1994թ. համար՝ $a_0+6a_1=28$

Լուծելով դրանք որպես հավասարումների համակարգ, կստանանք. $10=5a_1$; $a_1=2$; $a_0=28-6a_1=28-12=16$:

Հետևաբար, պատրաստի արտադրանքի դինամիկայի բերված մոտավոր մոդելը արտահայտվում է $\bar{y}_t = 16 + 2t$ հավասարմամբ: Այստեղ a_1 պարամետրը համապատասխանում է բացարձակ հավելաճին:

Կարելի է ենթադրություն կատարել զարգացման մասին նաև երկրորդ կարգի պարաբոլի հիման վրա.

$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$, այս դեպքում պետք է վերցնել երեք կետ, ասենք օրինակ, 1989, 1992 և 1994թթ.-ի մակարդակները, այսինքն՝ t=1; t=4; t=6 մակարդակները: Կազմենք երեք հավասարումների համակարգը երեք անհայտներով.

$$\begin{cases} a_0 + 1a_1 + 1a_2 = 18; \\ a_0 + 4a_1 + 16a_2 = 22; \\ a_0 + 6a_1 + 36a_2 = 28: \end{cases}$$

Լուծելով այս համակարգը կստանանք. $a_0=18$; $a_1=0{,}3$ և $a_2=0{,}3$, իսկ հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը. $\bar{y}_t = 18 + 0{,}3t + 0{,}3t^2$, որը մոտավոր տեսքով արտացոլում է տվյալ երևույթի դինամիկայի մոդելը:

Խնդիր 4.4.

Աղյուսակ 4.2.1-ի տվյալների հիման վրա հաշվարկել պոլինոմի պարամետրերը միջին նշանակությունների (գծային շեղումների) մեթոդով: Դրա համար հացահատիկային մշակաբույսերի բերքատվության դինամիկայի շարքը բաժանենք (տրոհենք) երկու ժամանակաշրջանների.

1-ին ժամանակաշրջան - 1979-1986թթ.,

2-րդ ժամանակաշրջան - 1987-1994թթ.:

Այդ դեպքում, $\sum_1 y = 107.5; \sum_2 y = 124.0; \sum_1 t = 45; \sum_2 t = 91$

a_0 և a_1 պարամետրերի որոշման համար լուծենք հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases} 8a_0+45a_1=107.5; \\ 8a_0+91a_1=124.0: \end{cases}$$

Արդյունքում կստանանք. $a_1=0{,}359$; $a_0=11{,}42$:

Փնտրվող հավասարումը կունենա հետևյալ տեսքը.

$y_t = 11{,}42 + 0{,}359t$:

Խնդիր 4.5.

Ներքոհիշյալ տվյալների հիման վրա հարթեցնել դինամիկայի շարքը վերջնական տարբերությունների մեթոդի հիման վրա (տես աղյուսակ 4.5.1-ը):

Վերջնական տարբերությունների մեթոդով ստացանք մի հավասարում, որը արտացոլում է շարքում տրված պրոցեսի դինամիկայի տենդենցը՝ $y_t = 90{,}76 - 0{,}17t$:

Աղյուսակ 4.5.1.

1984-1994թթ. ընթացքում ֆիրմայի պատրաստի արտադրանքի մեջ հումքի տեսակարար կշռի հարթեցումը վերջնական տարբերությունների մեթոդով.

Տարիները	Հումքի տեսակարար կշիռը, % y_t	Ժամանակի պայմանական նշանակումը t	Տարբերությունները		Հարթեցված նշանակություն-ները $\bar{y}_t$
			$\Delta^{(1)}$	$\Delta^{(2)}$	
1984	91.6	-5	-	-	91.6
1985	91.5	-4	-0.1	-	91.4
1986	91.3	-3	-0.2	-0.1	91.3
1987	91.1	-2	-0.2	0	91.1
1988	91.0	-1	-0.1	0.1	91.0
1989	90.8	0	-0.2	-0.1	90.8
1990	90.6	1	-0.2	0	90.6
1991	90.4	2	-0.2	0	90.4
1992	90.2	3	-0.2	0	90.2
1993	90.0	4	-0.2	0	90.1
1994	89.9	5	-0.1	0.1	89.9
ընդամենը	998.4	0	-1.7	0.0	998.4
Միջին նշանակու-թյունները $\bar{y}$	90.76	-	-0.17	-	-

Խնդիր 4.6.

Ենթադրելով պարբերականության առկայությունը, կատարենք տնտեսություններից մեկում 1983-1994թթ. գարնանացան գարու բերքատվության վերաբերյալ տվյալների գծային տենդենցից եղած շեղումների դինամիկայի հարմոնիկ վերլուծություն (U_i): Կատարենք առաջին հարմոնիկայի հաշվարկները (սինուսների և կոսինուսների նշանակությունների համար կիրառենք 4.3.1. աղյուսակը՝ դասախոսությունների տեքստից): Ելնելով 4.6.1. աղյուսակում կատարված հաշվարկներից, որոշենք պարամետրերը $a_0=0$; $a_1=0.81$;$b_1=-0.423$:

Աղյուսակ 4.6.1.

Գարնանացան գարու վերաբերյալ տվյալների գծային տենդենցից եղած շեղումները և a_1 ու b_1 պարամետրերի հաշվարկը սեզոնային ալիքի մոդելում

Տարիներ	$U_i = y_t - \bar{y}_t$	t	$\cos t$	$\sin t$	$a_1 \cos t$	$b_1 \sin t$	${}_1\overline{U}_t$
1983	2.1	0	2.1	0	0.81	0	0.81
1984	-2.0	$\pi/6$	-1.732	-1.0	0.701	-0.212	0.49
1985	0.5	$\pi/3$	0.25	0.433	0.405	-0.366	0.04
1986	-0.1	$\pi/2$	0	0.1	0	-0.423	-0.423
1987	2.8	$2\pi/3$	-1.4	2.425	-0.405	-0.366	-0.797
1988	-2.5	$5\pi/6$	2.165	-1.25	-0.701	-0.212	-0.913
1989	-3.1	π	3.1	0	-0.81	0	-0.81
1990	-2.0	$7\pi/6$	1.732	1.0	-0.701	0.212	-0.489
1991	3.4	$4\pi/3$	-1.7	-2.944	-0.405	0.366	-0.04
1992	-0.6	$3\pi/2$	0	0.6	0	0.423	0.423
1993	2.6	$5\pi/3$	1.3	-2.252	0.405	0.366	0.771
1994	-1.1	$11\pi/6$	-0.953	0.55	0.701	0.212	0.912
ընդամենը	0	-	4.862	-2.538	-	-	0

Հետևաբար,առաջին հարմոնիկան կարտահայտվի հետևյալ հավասարմամբ.

$${}_1U_t = 0.81\cos t - 0.423\sin t :$$

Նմանատիպ ձևով հաշվարկվում են երկրորդ և բարձր կարգի հարմոնիկաները, իսկ դրանց նշանակությունները հաջորդականորեն միանում են առաջին հարմոնիկայի նշանակություններին: Այժմ արտահայտենք փնտրվող (պահանջվող) շեղումների հավասարումները հաշվի առած 1-ին և 2-րդ հարմոնիկաները:

- Երկրորդ հարմոնիկայի համար կլինի.

$${}_2U_t = 0.81\cos t - 0.423\sin t - 1.46\cos 2t - 0.27\sin 2t :$$

- Երրորդ հարմոնիկայի համար կլինի.

$$_3U_t = 0.81\cos t - 0.42\sin t - 1.46\cos 2t - 0.27\sin 2t + 1.38\cos 3t - 0.32\sin 3t :$$

Հավասարման մեջ տեղադրելով $\cos t,\ \sin t,\ \cos 2t,\ \sin 2t,\ \cos 3t,\ \sin 3t$ -ի կոնկրետ նշանակությունները, կստանանք 1983-1994թթ. համար գարու բերքատվության շեղումների հարթեցված մակարդակները: Այնուհետև հաշվարկելով մնացորդային դիսպերսիաները $\left(\sigma^2 ocm = \sum (Y_t - Y_t)^2 : n\right)$ երեք հարմոնիկաների համար, կարելի է եզրակացություն կատարել, թե Ֆուրյեի շարքի ո՞ր հարմոնիկան է ավելի մոտ շարքի փաստացի մակարդակներին:

Խնդիր 4.7.

Սեզոնայնության ինդեքսների հաշվարկման նպատակով կիրառել ներքոհիշյալ աղյուսակ 4.7.1-ի տվյալները քաղաքի բնակչության 1992-1994թթ. ապահարզանների ամսական թվաքանակի վերաբերյալ (այն բնութագրում է ապահարզանների ներտարեկան դինամիկան): Աղյուսակի տվյալների հիման վրա ըստ նույնանուն ժամանակաընթացքների հաշվարկենք մակարդակների միջինացված նշանակությունները պարզ միջին թվաբանականի բանաձևով.

հունվարին $\bar{y}_1 = \dfrac{195+158+144}{3} = \dfrac{497}{3} = 165.7;$

փետրվարին $\bar{y}_2 = \dfrac{164+141+136}{3} = \dfrac{441}{3} = 147.0$

(և այդպես շարունակ, տես՛ աղյուսակ 4.7.1-ի 4-րդ սյունը):

Այնուհետև ըստ հաշվարկված ամսական միջին մակարդակների $(\bar{Y}_i)$ կորոշենք ընդհանուր միջին մակարդակը $(\bar{Y})$.

$\bar{Y} = \dfrac{\Sigma Y_i}{n} = \dfrac{1624.8}{12} = 135.4$ կամ $\bar{Y} = \dfrac{\Sigma(\bar{y}_i)}{m} = \dfrac{406.1}{3} = 135.4 :$

որտեղ՝ m-ը՝ տարիների թիվն է;

$\Sigma(\bar{y}_i)$ -ը՝ դինամիկայի շարքի միջին տարեկան մակարդակների գումարն է:

Աղյուսակ 4.7.1.

Քաղաքի բնակչության ապահարզանների դինամիկան և սեզոնայնության ինդեքսների հաշվարկը

Ամիսները	Ապահարզանների թիվը 1992 Yi	1993 Yi	1994 Yi	Միջինով երեք տարում $\bar{Y}i$	Սեզոնայնության ինդեքսը $(\bar{Y}i : \bar{Y})\cdot 100,\%$
A	1	2	3	4	5
Հունվար	195	158	144	165.7	122.4
Փետրվար	164	141	136	147.0	108.6
Մարտ	153	153	146	150.7	111.3
Ապրիլ	136	140	132	136.0	100.4
Մայիս	136	136	136	136.0	100.4
Հունիս	123	129	125	125.7	92.8
Հուլիս	126	128	124	126.0	93.1
Օգոստոս	121	122	119	120.7	89.1
Սեպտեմբեր	118	118	118	118.0	87.2
Հոկտեմբեր	126	130	128	128.0	94.5
Նոյեմբեր	129	131	135	131.7	97.3
Դեկտեմբեր	138	141	139	139.3	102.9
Շարքի միջին մակարդակը	138,77	135.6	131.8	$\bar{Y} = 135.4$	100.0

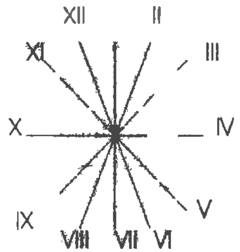
Այնուհետև ըստ տարվա ամիսների հաշվարկենք սեզոնայնության ինդեքսները՝

հունվար ամսվա համար. $Y_{s_1} = \dfrac{165.7}{135.4}\cdot 100 = 122.4\%;$

փետրվար ամսվա համար. $Y_{s_2} = \dfrac{147.0}{135.4}\cdot 100 = 108.6\%$

և այդպես շարունակ (տես աղյուսակի 5-րդ սյունը):

Հաշվարկված սեզոնայնության ինդեքսների համակցությունը բնութագրում է ներտարեկան դինամիկայով քաղաքի բնակչության ապահարզաննների թվաքանակի զարգացման սեզոնային ալիքը, այն ավելի ակնառու ընկալելու նպատակով ցանկալի է ստացված տվյալները պատկերել սպիրալաձև շառավղային դիագրամմայի տեսքով



<u>Խնդիր 4.8</u>

Յանրապետությունում ոչ ալկոհոլային խմիչքների եռամսյակային վաճառքի դինամիկան 1992-1994թթ.-ին բնութագրվել է հետևյալ տվյալներով.

<u>Աղյուսակ 4.8.1.</u>

Հանրապետությունում ոչ ալկոհոլային խմիչքների եռամսյակային վաճառքի դինամիկան 1992-1994թթ. և սեզոնային ալիքի հաշվարկը

Տարին և եռամսյակը	Մլն.դեկալիտր Yi	Տեսական մակարդակները $\bar{y}_t = 88.3 + 0.13t$	Սեզոյնայնության ինդեքսը տարվա յուրաքանչյուր եռամսյակի համար $(yt : \bar{y}t) \cdot 100$	Սեզոնայնության ինդեքսը ըստ նույնանուն եռամսյակների $\frac{\Sigma(yt : \bar{y}t) \cdot 100}{n}$
A	1	2	3	4
1992				
1-ին	58.4	86.2	67.6	67.6
2-րդ	125.6	86.6	145.0	140.4
3-րդ	108.1	87.0	124.3	121.7
4-րդ	60.8	87.3	69.6	70.3
1993				
1-ին	57.7	87.7	65.8	67.6
2-րդ	115.4	88.1	131.0	140.4
3-րդ	103.9	88.5	117.4	121.7
4-րդ	60.6	88.9	68.2	70.3
1994				
1-ին	61.8	89.2	69.3	67.6
2-րդ	130.2	89.7	145.2	140.4
3-րդ	111.0	90.0	123.3	121.7
4-րդ	66.1	90.4	73.1	70.3
Ընդամենը	1059.6	1059.6	1200	1200

Աղյուսակի 4-րդ սյունակում բերված են ոչ ալկոհոլային խմիչքների վաճառքի (%-ներով միջին տարեկան վաճառքի նկատմամբ) սեզոնային ալիքը ըստ եռամսյակների բնութագրող ինդեքսների շարքը:

<u>Խնդիր 4.9.</u>

Ներքոհիշյալ աղյուսակ 4.9.1-ի տվյալների հիման վրա հաշվարկել առաջին կարգի ավտոկոռելյացիայի գործակիցը:

<u>Աղյուսակ 4.9.1.</u>

Մարզի հասարակական սննդի սեփական արտադրանքի ծավալի դինամիկան 1985-1994թթ-ին և ավտոկոռելյացիայի գործակցի հաշվարկը

Տարիները	Սեփական արտադրանքը, մլն.դրամ.միավ. y_t	Սեփական արտադրանքը մեկ տարի տեղաշարժով y_{t+1}	Յաշվարկային մեծությունները $y_t \cdot y_{t+1}$	y^2_t
1985	1,3	1,4	1,82	1,69
1986	1,4	1,5	2,10	1,96
1987	1,5	1,7	2,55	2,25
1988	1,7	2,1	3,57	2,89
1989	2,1	2,2	4,62	4,41
1990	2,2	2,5	5,50	4,84
1991	2,5	2,7	6,75	6,25
1992	2,7	3,0	8,10	7,29
1993	3,0	3,3	9,90	9,00
1994	3,3	1,3	4,29	10,89
Ընդամենը	21,7	21,7	49,20	51,47

Աղյուսակ 4.9.1-ի հանրագումարային տվյալների հիման վրա հաշվարկենք.

$$1)\ Y_t \cdot Y_{t+1} = \frac{49.20}{10} = 4.92;$$

$$2)\ \bar{y} = \frac{21.7}{10} = 2.17$$

$$3)\ \bar{y}^2 = 4.71$$

$$4)\ \bar{y}^2_t = \frac{51.47}{10} = 5.15;$$

$$5)\ \sigma^2_{yt} = \bar{y}^2_t - \bar{y}^2 = 5.15 - 4.71 = 0.44$$

և դրանց նշանակությունները տեղադրենք ավտոկոռելյացիայի գործակցի բանաձևի մեջ.

$$r_a = \frac{4.92 - 4.71}{0.44} = 0.48$$

Այժմ ստացված գործակիցը համեմատենք աղյուսակների հետ n=10 թվաքանակի համար: P=0.05 (5%-ոց մակարդակ)-ի դեպքում r_a-ի մեծությունը միայն 100-ից 5-ի դեպքում կարող է գերազանցել 0.36 (տես դասախոսությունների տեքստում աղյուսակ 4.5.1-ը), հետևաբար 0.48-ի հավասար ավտոկոռելյացիայի գործակիցը գերազանցում է աղյուսակային նշանակությունը, ինչը խոսում է տվյալ դինամիկայի շարքում ավտոկոռելյացիայի առկայության մասին:

Խնդիր 4.10.

Ըստ ներքոհիշյալ աղյուսակ 4.10.1-ի տվյալների հաշվարկել Դարբին-Ուոտսոնի չափանիշը: $\overline{Y}_t = a_0 + a_1 t$

$$\begin{cases} na_0 = \sum y; \\ a_1 \sum t^2 = \sum ty; \end{cases} \begin{cases} 16a_0 = 1212; \\ 1360a_1 = 2554; \end{cases} \begin{cases} a_0 = 75.8 \\ a_1 = 1.88: \end{cases}$$

Հետևաբար, $\bar{y}_t = 75.8 + 1.88t$:

Դարբին-Ուոտսոնի չափանիշի մեծությունը կազմում է D=0.64(4.35:6.78), այսինքն D<2, որը և հաստատում է տվյալ դինամիկայի շարքում դրական ավտոկոռելյացիայի առկայության մասին:

Աղյուսակ 4.10.1.

Միավորման արդյունաբերաարտադրական հիմնական ֆոնդերի միջին տարեկան արժեքի դինամիկան 1979-1994թթ.-ին

Տարիները	Մլն.դրամ միավոր Yi	t	t^2	yt	$\bar{y}t$	e_i	e_{i+1}	e^2_i	$e_{i+1} - e_i$	$(e_{i+1} - e_i)^2$
1979	47	-15	225	-705	47,6	-0,6	-0,4	0,36	0,2	0,04
1980	51	-13	169	-663	51,4	-0,4	-0,1	0,16	0,3	0,09
1981	55	-11	121	-605	55,1	-0,1	0,1	0,01	0,2	0,04
1982	59	-9	81	-531	58,9	0,1	-0,6	0,01	-0,7	0,49
1983	62	-7	49	-434	62,6	-0,6	-0,4	0,36	0,2	0,04
1984	66	-5	25	-330	66,4	-0,4	-0,2	0,16	0,2	0,04
1985	70	-3	9	-210	70,2	-0,2	1,1	0,04	1,3	1,69
1986	75	-1	1	-75	73,9	1,1	1,3	1,21	0,2	0,04
1987	79	1	1	79	77,7	1,3	0,6	1,69	-0,7	0,49
1988	82	3	9	246	81,4	0,6	0,8	0,36	0,2	0,04
1989	86	5	25	430	85,2	0,8	0	0,64	-0,8	0,64
1990	89	7	49	623	89,0	0	-0,7	0	0,7	0,49
1991	92	9	81	828	82,7	-0,7	-0,5	0,49	0,2	0,04
1992	96	11	121	1056	96,5	-0,5	-0,2	0,25	0,3	0,09
1993	100	13	169	1300	100,2	-0,7	-0,1	0,49	0,3	0,09
1994	103	15	225	1545	104,0	-1,0		1,0	-	-
Ընդամենը	1212	-	1360	2554	-	-	-	6,78	-	4,35

Խնդիր 4.11.

Ըստ ներքոհիշյալ աղյուսակ 4.11.1-ի տվյալների հաշվարկել կապի գծային հավասարման պարամետրերը:

Աղյուսակ 4.11.1.

Ֆիրմայի իրացված արտադրանքի և վերադիր ծախսերի (իրացման վրա) դինամիկան 1986-1994թթ.-ին և ռեգրեսիայի հավասարման

Տարի կող	Իրացված արտադրանքի ծավալը, մլն. դր. x	Վերադիր ծախսերը, մլն. դրամ.	t	xy	x^2	t^2	ty	t_x	$\bar{y}_{xt}$
1988	9	27	1	243	81	1	27	9	30,5
1987	13	36	2	468	169	4	72	26	32,4
1988	17	29	3	493	289	9	87	51	34,2
1989	22	41	4	902	484	16	164	88	38,7
1990	29	54	5	1566	841	25	270	145	48,3
1991	36	'71	6	2566	1296	36	426	216	58,0
1992	44	50	7	2200	1936	49	350	308	70,3
1993	51	81	8	4131	2601	64	648	408	79,9
1994	60	98	9	5880	3600	81	882	540	94,8
	281	487	45	18439	11297	285	2926	791	487,1

պարամետրերի հաշվարկը.

$$na_0 + a_1 \sum x + a_2 \sum t = \sum y;$$
$$a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 + a_2 \sum xt = \sum yx;$$
$$a_0 \sum t + a_1 \sum xt + a_2 \sum t^2 = \sum yt;$$

$$\begin{cases} 9a_0 + 28a_1 + 43a_2 = 487; \\ 281a_0 + 11287a_1 + 1791a_2 = 18439; \\ 45a_0 + 1791a_1 + 285a_2 = 2926; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_0 = 15.63; \\ a_1 = 2.61; \\ a_2 = -8.60; \end{cases} \qquad \bar{y}_{xt} = 15.63 + 2.61x - 8.6t:$$

Խնդիր 4.12.

Խնդիր 4.1-ում բերված աղյուսակ 4.1.1-ի տվյալների հիման վրա շարքը էքստրապոլյացիայի ենթարկել 1995-1996թթ.: Միջին բացարձակ հավելաճը հավասար է (-0.17%), մնացորդային դիսպերսիան, $\sigma^2_{մնաց}$ =0.003; P^2=0.02: Հետևաբար, $\sigma^2_{մնաց.} \le P^2$; հիմնական պայմանը կատարվում է, կարելի է կանխատեսում կատարել.

$$\hat{y}_{95} = 89.9 + (-0.17) = 89.7\%;$$

$$\hat{y}_{96} = 89.7 + (-0.17) = 89.5\%:$$

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Магнус Я.Р.,Катышев П.К.,Пересецкий А.А., Эконометрика. Начальный курс. М: Дело, 1997

2. Айвазян С.А.,Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. Учебник для вузов.-М: ЮНИТИ, 1998.

3. Джонстон Дж. Эконометрические методы.-М.:Статистика, 1980.

4. Эконометрика. Учебное пособие (И.И. Елисеева, С.В. Курышева, Д.М. Гордиенко и др. - М.: Финансы и статистика, 2001).

5. Доугерти К.Введение в эконометрику. - М.: ИНФРА-М, 1997.

6. Аллен Р. Математическая экономика. - М.: Ил, 1963

7. Ашманов С.А. Введение в математическую эконимику. - М.: Наука, 1984.

8. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в эконимике. - М.: ДИС, 1997.

9. Колесников А.Н. Краткий курс математики для экономистов. - М.: ИНФРА - М, 1997.

10. Экланд И. Элементы математической экономики. М.: Мир, 1983.

11. Кейн Э. Экономическая статистика и эконометрия.-М.:Прогресс, 1977

12. Теория статистики, под редакцией Р.А. Шмойловой.-М.: Финансы и статистика, 1998.

13. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичной обработки данных. -М.: Финансы и статистика, 1983.

14. Бешелев С.Л. Гурвич Ф.Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. -М.: Статистика, 1980.

15. Вайну Я.Я. Корреляция рядов динамики. - М.: Статистика, 1977.

16. Винн Р., Холден К. Введение в приклодной эконометрический анализ. -М.: Финансы и статистика, 1981.

17. Королев Ю.Г., Рабинович П.М., Шмойлова Р.А. Статистическое моделирование и прогнозирование: Учебное пособие.-М.: МЭСИ, 1985.

18. Иберла К. Факторний анализ.-М.: Статистика, 1980.

19. Мандель И.Д. Кластерный анализ. -М.: Финансы и статистика, 1988.

20. Дубров А.М. Факторный и компонентный анализ.-М.: МЭСИ, 1989.

21. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. -М.: Статистика, 1975.

22. William Greene. Econometric analysis, 5th edition. N.Y. university, Leonard N.Stern school of business, Prentice Hall, 2003.

23. William Greene. Fixed and Random Effects in stochastic Frontier Models, October, 2002.

24. Катышев П.К., Пересецкий А.А. Сборник задач к начальному курсу эконометрики.-М.: Дело, 1999.

ՀՀ կրթության և գիտության նախարարություն
Հայկական գյուղատնտեսական ակադեմիա

Վիճակագրության և բիոմետրիայի ամբիոն

Գոհար Վազգենի
ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

«ԷԿՈՆՈՄԵՏՐԻԿԱՅԻ ՀԻՄՈՒՆՔՆԵՐԸ»

Դասընթացի ուսումնական ձեռնարկ

Երևան
2003

Թուղթ՝ օվսեթ: Չափը՝ 60x84 1/16: Ծավալը՝ 10.25 տպ. մամուլ:
Տպաքանակը՝ 300 օրինակ:
Տպագրվել է «ՍԱՐՎԱՐԴ ՀՐԱՏ» ՍՊԸ տպարանում: